

Erhvervs- og Byggestyrelsen

# **Akkordløn og produktivitet i den danske byggebranche**

9. september 2004

## Indholdsfortegnelse

<b>Indholdsfortegnelse .....</b>	<b>2</b>
<b>Forord.....</b>	<b>3</b>
<b>Sammenfatning.....</b>	<b>4</b>
<b>Kapitel 1 Indledning .....</b>	<b>6</b>
<b>Kapitel 2 Incitamenterne i forskellige aflønningsformer .....</b>	<b>7</b>
2.1. Akkord aflønning og tid aflønning .....	7
2.2. Investeringer i nyt materiel, produktinnovationer og uddannelse.....	11
2.3. Incitament i nye lønsystemer, med vægt på andet end mængde.....	17
<b>Referencer.....</b>	<b>23</b>
<b>Appendiks 1: Ansættelsesvilkår og indtjening i bygge- og anlægssektoren.....</b>	<b>24</b>
<b>Appendiks 2: Beskrivelse af database til mikroanalyser .....</b>	<b>38</b>
<b>Bilag: Overgaard (2004)</b>	

## Forord

Erhvervs- og Byggestyrelsen har i 2004 igangsat en række analyser af aflønningsformerne i byggeriet, med fokus på akkordsystemet. Dette er sket som led i det løbende arbejde for at øge produktiviteten i dansk erhvervsliv, som finder sted i regi af Økonomi- og Erhvervsministeriets Vækststrategi.

Analyserne skal forsøge at afdække, hvorvidt Bygge- og anlægssektorens brug af akkordsystemer er en barriere for højere produktivitet og mere innovation.

Denne rapport er udarbejdet af Copenhagen Economics for Erhvervs- og Byggestyrelsen med det formål at identificere de positive og negative incitamenters som forskellige aflønningsformer, herunder akkordaflønningsformer, skaber i forhold til at opnå højere produktivitet.

## Sammenfatning

Formålet med rapporten er at undersøge hvordan forskellige aflønningsformer i Bygge- og anlægssektoren, herunder brugen af akkordløn, påvirker produktiviteten. Umiddelbart forventer vi, at akkord aflønningen giver sjakket incitament til at arbejde hårdt og øge produktiviteten. Men andre faktorer spiller ind og kan ændre billedet.

Vores analyser peger på, at arbejdskraftproduktiviteten generelt er højere i virksomheder med akkord aflønning end i virksomheder, der kun tid aflønner. Men samtidig er mængden af kapitalapparat pr. medarbejder mindre, hvilket tyder på, at arbejdsopgaver løst med akkord aflønning ofte er mindre kapitalintensive end arbejdsopgaver løst med tid aflønning. Når en medarbejder har mindre kapitalapparat til rådighed reducerer det, isoleret set, hans produktivitet. Den højere arbejdskraftproduktivitet på trods af mindre kapitalapparat, skyldes blandt andet det øgede incitament for sjakket til med akkord aflønning at øge indsatsen og produktiviteten. Men det skyldes formentligt også, at det primært er en bestemt type af arbejdsopgaver som løses med akkord aflønning. Vi finder tegn på, at de er karakteriseret ved ofte at være mere simple, veldefinerede og let målelige. Omvendt tyder vores analyser på at tid aflønnede sjak og virksomheder oftere løser mere komplekse opgaver som også forudsætter et højere niveau af kapitalapparat. Indenfor udvalgte arbejdsopgaver skaber akkord aflønning altså høj produktivitet. Men ulempen er, at virksomheder og sjak der benytter sig af akkord aflønning er fastlåst i den type opgaver. I det lys, synes akkord aflønning at lægge en dæmper på byggeriets evne til at udvikle nye, mere komplekse og industrialiserede produkter på længere sigt. Og det kan også betyde, at der er mindre reel konkurrence på en række mere specialiserede arbejdsopgaver fordi ikke alle virksomheder kan løse dem. Den simple og mere arbejdskraftintensive karakter, som kendetegner den typiske opgave på akkord aflønning, er formentligt også noget af grunden til, at vi finder, at sjak, der næsten udelukkende arbejder på akkord aflønning, har mindre tilknytning til enkelte virksomheder og modtager mindre faglig opdatering via efteruddannelse end andre sjak.

Vi finder altså tegn på, at den typiske arbejdsopgave, der løses på akkord er simpel, veldefineret og let målelige. De karakteristika gør ikke nødvendigvis arbejdsopgaven mindre kapitalintensiv, men vi finder som sagt, at virksomheder, der benytter akkord aflønning har mindre kapital pr. medarbejder end virksomheder, der benytter tid aflønning. En del af forklaringen kan muligvis være, at akkorden på de forskellige arbejdsopgaver, altså størrelsen af betalingen for en given arbejdsopgave, er påvirket af kuranten på området<sup>1</sup>. Kuranten beskyldes ofte for at være svær at sænke i lyset af nye investeringer, som blandt andet vil øge niveauet af kapitalapparat pr. medarbejder. Er den svær at sænke, høster sjakket nemlig den største gevinst af investeringen i form af højere produktivitet og dermed højere løn, mens entreprenøren ikke øger sin indtjening tilsvarende. Det vil han kun hvis akkorden sænkes. Hvis

---

<sup>1</sup> Kuranten er en vejledende fastsættelse af akkorden på en given arbejdsopgave.

det er sandt, at kuranten er svær at reducere, svækker det incitamentet for en entreprenør, der benytter sig meget af akkordaflønnning, til at foretage investeringer i produktinnovationer eller mere kapitalapparat. En ufleksibel kurant kan imidlertid også have en positiv effekt på produktiviteten på kortere sigt. Fordi kuranten er ufleksibel, kan en entreprenør ikke presse et sjak til at reducere akkorden ved næste arbejdsopgave, selvom en given akkordaftale har resulteret i en "urimelig" høj timeløn på en netop overstået arbejdsopgave. Det kan entreprenøren ellers have incitament til, fordi han egen indtjening stiger hvis udbetalingen til sjakket falder. En ufleksibel kurant betyder, at sjakket ikke "holder igen" på arbejdsindsatsen af frygt for en senere nedjustering af akkorden. Og det øger naturligvis produktiviteten.

Vi undersøger til sidst, om typiske akkordaflønningsopgaver kan kombineres med andre arbejdsopgaver, nogle af dem mere komplekse og egentligt bedst tjent med at blive udført af et tidaflønnet sjak. Flere af de nyere lønsystemer de seneste 10-15 år forsøger netop at kombinere flere arbejdsopgaver. Der kan i entreprenørens øjne være betydelige fordele ved at kunne kombinere arbejdsopgaver på den måde, fordi det i sidste ende øger produktiviteten og dermed hans indtjening. Vi ser, at der kan opstå en række problemer i takt med at flere og mere komplekse opgaver skal løses sideløbende med en typisk akkordaflønningsopgave. Enten kan produktiviteten falde i forhold til hvis entreprenøren blot fik den typiske akkordopgave løst med akkordaflønnning. Ellers også kan entreprenøren opleve, at sjakket negligerer de andre arbejdsopgaver. Men nogle gange kan det lykkes, med højere produktivitet og indtjening til følge for både sjak og entreprenør. Kombinationen af flere arbejdsopgaver er endvidere interessant, hvis disse mere komplekse typer arbejdsopgaver betyder at typiske tidlønsopgaver og typiske akkordlønsopgaver nærmer sig hinanden. Det vil skærpe konkurrence om opgaverne og kan måske være med til at skærpe opmærksomheden om nyttige produktinnovationer og nye processer i de virksomheder og hos de sjak der benytter sig meget af akkordaflønnning.

## Kapitel 1 Indledning

I denne rapport undersøger vi hvordan forskellige aflønningsformer mellem en entreprenør og et sjak når et stykke arbejde skal udføres, kan resultere i incitament, der både øger og reducerer sjakkets produktivitet. Vores udgangspunkt er en entreprenør, der kan vælge at aflønne sjak med akkord aflønning eller tidaflønning. Med akkord aflønning modtager sjakket en fast betaling (akkorden) for hver produceret enhed; så jo flere enheder sjakket producerer i timen, jo højere bliver timelønnen til arbejderne i sjakket. Er sjakket omvendt tidaflønnet modtager det en fast timeløn der er uafhængig af hvor mange enheder det producerer.

Allerede nu fremgår det så småt, at akkord aflønningen giver sjakket incitament til at arbejde hårdt og øge produktiviteten for dermed at producere mange enheder og tjene en tilsvarende høj løn. Og det er også hovedformålet med akkord aflønning. Omvendt giver tidaflønning ikke sjakket noget særligt incitament til at yde en ekstra indsats og dermed øge produktiviteten, da sjakket blot modtager en betaling pr. time som ikke afhænger af, hvor meget det producerer. Dette ræsonnement fører til, at akkord aflønning øger produktiviteten i forhold til tidaflønning.

Hvad er så problemet? Som vores analyser viser, er det ikke altid så enkelt. Det skyldes, at mere end blot incitamentet for sjakket til at yde en ekstra indsats har betydning for størrelsen af sjakkets produktivitet. Også investeringer i produktivetsfremmende materiel og uddannelse har betydning for produktiviteten. Og hvordan incitamenterne til at investere hænger sammen med incitamenterne til at yde en ekstra indsats, ser vi nærmere på i kapitel to, som er selve analysekapitlet. I kapitel to ser vi også at visse typer arbejdsopgaver er velegnede til akkord aflønning, mens andre er mere velegnet til tidaflønning. Forstået på den måde, at incitamenterne til at øge produktiviteten ikke altid er højst under akkord aflønning. Og vi ser på hvad der sker med incitamenterne til at øge produktiviteten, når to arbejdsopgaver kombineres hvor den ene fx er mest egnet til at blive udført under akkord aflønning og den anden er mest egnet til at blive udført under tidaflønning.

## Kapitel 2 Incitamenterne i forskellige aflønningsformer<sup>2</sup>

Udgangspunktet for vores analyser er en entreprenør, som ønsker at hyre et sjak til at udføre et stykke arbejde. Entreprenøren kan vælge at tilbyde sjakkets akkord aflønning eller tidaflønning. Ved akkord aflønning modtager sjakkets en fast betaling for hver produceret enhed, det kalder vi for akkorden. Akkorden kan fx være udtryk ved betalingen for isætning af et vinduesparti, opsætning af en kvadratmeter væg osv. Ved tidaflønning modtager sjakkets en fast timeløn, uafhængig af hvor mange vinduer det monterer og hvor mange kvadratmeter væg det sætter op.

Kapitlet er opdelt i tre afsnit. I det første afsnit ser vi på de basale forhold, der afgør hvorvidt en given opgave er bedst løst under akkord aflønning eller under tidaflønning. I det andet afsnit ser vi nærmere på aflønningsformens betydning for entreprenørens økonomiske tilskyndelse til at investere i produktinnovationer og mere effektive maskiner eller værktøjer, der øger sjakkets produktivitet på længere sigt. Og i tredje afsnit ser vi på aflønningsformer i relation til produktiviteten når arbejdsopgaverne bliver mere komplekse.

### 2.1. Akkord aflønning og tidaflønning

I dette afsnit ser vi på de forhold der har betydning for om en arbejdsopgave bedst løses med akkord aflønning eller tidaflønning. Vi finder, at simple og målbare arbejdsopgaver egner sig godt til akkord aflønning, mens mere komplekse og diffuse arbejdsopgaver er bedst tjent med at blive løst på tidaflønning. Herudover spiller sjakarbejdernes personlighedstyper også en rolle for hvilken aflønningsform, der bidrager til at arbejdsopgaven løses bedst muligt. Nu til selve analysen.

Både akkord- og tidaflønning anvendes flittigt som aflønningsformer i Bygge- og anlægsvirksomheder. Set over et år bliver 30 pct. af arbejdstimerne aflønnet med akkord og 70 pct. af timerne med tidløn, jf. tabel 1.

---

<sup>2</sup> Beskrivelserne og konklusionerne i dette kapitel er baseret på en Principal-Agent-(P-A)-model som er specielt udviklet med henblik på denne analyse (modellen er udviklet i et samarbejde mellem Copenhagen Economics og Professor Per Baltzer Overgaard.). En model gør os i stand til at beskrive sjakkets og entreprenørens incitament på konsistent vis. Incitamenterne har i sidste ende betydning for produktiviteten i bygge- og anlægssektoren og dermed for byggeomkostningerne. P-A-modeller er en type af modeller som er velegnede til at beskrive relationer mellem to parter, som regel arbejdsgiver (Principalen i modeljargon) og arbejdstager (Agenten). Den tekniske modelgennemgang findes i Overgaard (2004). I kapitlet viser vi også analyser med udgangspunkt i mikrodata basen som er beskrevet i appendiks.

**Tabel 1. Aflønningsformer og timelønninger, 2002.**

	Fordeling på aflønningsformer		Løn og spredning <sup>3</sup>	
	Akk.omfang <sup>1</sup>	Tidomfang	Akk.afløn.	Tidaflønning
	----- Pct. -----		----- Kr./time -----	
Håndværkspræget arbejde	31	69	171 (129)	139 (99)
Proces- og maskinoperatørarbejde	11	89	143 (90)	123 (66)
Andet arbejde <sup>2</sup>	36	64	156 (113)	128 (98)
Bygge- og anlæg, i alt	30	70	165 (122)	134 (95)

Kilde: Mikrodatabase over aflønningsformer i byggeriet og egne beregninger. Se appendiks for en nærmere beskrivelse af databasen.

1: Akkordomfang er beregnet som det samlede antal akkordtimer i pct. af alle timer.

2: Andet arbejde inkluderer asfaltvejarbejde, kabelarbejde, anlægsarbejde, medhjælp ved murerarbejde, beton- og montagearbejde, medhjælp ved andet bygningsarbejde, industri- og pakkearbejde samt lager- og pakhusarbejde.

3: Den gennemsnitlige timeløn er vist uden parentes, mens spredningen i timelønnen, det vil sige udsvingene omkring den gennemsnitlige timeløn, er vist i parentes. For hver person kendes den gennemsnitlige timeløn over året. Den gennemsnitlige timeløn i tabellen viser således gennemsnittet over personernes gennemsnitlige timeløn. Tilsvarende sammenholder spredningen i timelønnen den enkelte persons gennemsnitlige timeløn med den samlede gennemsnitlige timeløn.

Tabel 1 viser, at omkring 1/3 af håndværkspræget arbejde og andet arbejde aflønnes med akkord, mens proces- og maskinoperatørarbejde i langt overvejende grad – 89 pct. – aflønnes med tidløn. Med fare for at foregribe næste afsnit omkring aflønningsformernes betydning for entreprenørens incitamenter til at foretage investeringer, så viser tabel 1, at arbejdskraften tilsyneladende oftere er tidaflønnet indenfor kapitalintensive arbejdsfunktioner end indenfor arbejdskraftintensive arbejdsfunktioner. Det forventes, at "Proces- og maskinoperatørarbejde" er relativt kapitalintensivt og derfor forudsætter et vist investeringsomfang, mens de to andre hovedgrupper, "Håndværkspræget arbejde" og "Andet arbejde" er mere arbejdskraftintensivt og i mindre grad forudsætter et stort kapitalapparat og hyppige investeringer. Det giver et første fingerpeg om, at aflønningsformen kan have betydning for investeringstilbøjeligheden og typen af arbejdsopgaver der løses. Det ser vi imidlertid nærmere på i afsnit 2.2.

Tabellen viser også, at de personer, der aflønnes med akkord i gennemsnit har en højere timeløn end de personer, der aflønnes med tidløn. Timelønnen ved akkordarbejde er altså i gennemsnit højere, hvilket blandt andet må afspejle en højere produktivitet<sup>3</sup>. Akkord aflønning synes dermed umiddelbart at føre til højere produktivitet. Det fremgår imidlertid også af tabellen, at spredningen på de gennemsnitlige timelønninger er højere på akkord aflønning end på tidaflønning. Det betyder, at timelønnen under akkord aflønning svinger mere fra opgave til opgave end under tidaflønning, og det er én grund til, at ikke alle sjak foretrækker akkord aflønning. En anden grund til at ikke alle arbejdsopgaver løses på akkord aflønning er at visse typer af opgaver er velegnet til akkord, mens andre typer er mere velegnet til tidløn. Aflønningsformen som entreprenør og sjak vælger, akkord aflønning eller tidaflønning, afhænger altså af to overordnede forhold. Den afhænger for det første af typen af de personer der indgår i sjakket. Og for det andet af karakteren af det stykke arbejde sjakket skal udføre. De to forhold styrer hvilken aflønningsform der er bedst, det vil sige resulterer i den højeste produktivitet, som kommer sjakket til gode igennem en høj timeløn og entreprenøren til gode igennem høj indtjening på arbejdsopgaven. Hvordan, skal vi se nu, hvor vi lægger ud med en opsummering af "principperne for aflønning" i tabel 2.

<sup>3</sup> En høj arbejdsproduktivitet er ensbetydende med en høj værdiskabelse pr. medarbejder. Dermed kan højproduktive medarbejdere også oppebære en højere løn end medarbejdere med lavere produktivitet. En høj løn er derfor, blandt andet, et udtryk for høj arbejdsproduktivitet.



**Tabel 2. Principperne for aflønning - hvornår akkordløn og tidløn er bedst.**

Akkordløn eller tidløn?	
<i>Arbejdsopgavens karakter:</i>	
Sammenhængen mellem indsats og produktionsomfang	Hvis sjakket i høj grad kan påvirke produktionsomfanget er akkord bedst for begge parter. Hvis ikke er tidløn bedst. For hvis ikke sjakket igennem dets arbejdsindsats kan påvirke produktionsomfanget giver det ikke mening, for hverken sjakket eller entreprenøren, at aflønne arbejdsindsatsen via produktionsomfanget.
Hvor let omfanget af produktionen kan observeres	Er sjakkets produktion let målelig, giver akkord den højeste produktivitet og højeste løn, altså gevinst for begge parter. Det giver mening for sjakket at blive aflønnet for resultatet af dets produktion når det er let måleligt. Sjakket vil have incitament til at yde en ekstra indsats. Og den ekstra indsats øger også entreprenørens indtjening og derfor er det tilsvarende en god aflønningsform for ham. Er sjakkets produktion omvendt svær at måle, er tidløn bedst for begge parter.
<i>Persontyperne i sjakket:</i>	
Sjakkets syn på tempo og stress	Hvis sjakket foretrækker et rolig arbejdstempo og -miljø og ikke reagerer særligt meget på akkordafønnings incitament til at yde en ekstra indsats, er tidaflønning bedst for både sjakket og entreprenøren. Omvendt er akkordafønning bedst for begge parter, hvis sjakket kan lide det høje tempo og motiveres af løftet om højere løn som følge af hårdt arbejde.
Sjakkets syn på usikkerhed i aflønningen	Hvis sjakket ikke befinder sig godt med den større usikkerhed i indtjeningen som akkordafønning medfører, er tidaflønning bedst for begge parter. Sjakket vil nemlig kræve en tidaflønning oven i akkorden, så det får sikkerhed for indtjeningen. Akkordafønning bliver dermed for dyrt for entreprenøren.

Tabellen opsummerer "principperne" for hvornår akkord- henholdsvis tidløn er bedst for både sjak og entreprenør. Der kan med andre ord sagtens opstå situationer, hvor akkordafønning resulterer i lavere produktivitet og lavere indtjening for begge parter. Altså stik mod hovedformålet med akkordafønning.

Akkordafønningen binder produktionsomfanget tæt sammen med sjakkets indsats. Jo større arbejdsindsats sjakket lægger, forstået som "at arbejde hårdt" eller finde på nye, smarte måde at udføre arbejdet på, jo højere bliver dets timeløn. Entreprenøren vinder også, da han får produceret meget og dermed tjener meget, selvom han betaler sjakket for hver produceret enhed. Derfor har sjakket et økonomisk incitament til at arbejde hårdt, og entreprenøren har et incitament til at lade sjakket beholde en del af den værdi det producerer, selvom det umiddelbart resulterer i en højere timeløn end under tidaflønning<sup>4</sup>. Valget mellem akkordafønning og tidaflønning afhænger altså grundlæggende af om sjakkets ekstra arbejdsindsats under akkord kan mere end opveje den højere timeløn det får. Er det tilfældet er akkordløn den bedste aflønningsform for både sjak og entreprenør.

Akkordafønning forudsætter derfor, at der rent faktisk eksisterer en tæt sammenhæng mellem sjakkets arbejdsindsats og omfanget af dets produktion. Det er netop den sammenhæng, der gør, at entreprenøren vil betale en høj løn under akkord. For han ved, at hvis sjakket får en høj løn så er det fordi de har ydet en stor arbejdsindsats. Et stykke arbejde som i høj grad er påvirket af andre faktorer, er omvendt ikke velegnet til akkordafønning. Sjakket kan risikere, at dets endelige produktion bliver lille på trods af, at det har lagt en stor indsats for dagen. Det

<sup>4</sup> Vi så i tabel 1, at den gennemsnitlige timeløn er højere under akkordafønning end under tidaflønning.

mindsker sjakkets incitament til at yde en ekstra indsats, hvilket sænker produktiviteten, hvilket igen reducerer entreprenørens indtjening. Og når entreprenøren alligevel ikke får en høj arbejdsindsats ud af akkordafløningen, er det bedre for ham, at betale en fast tidløn. Derudover kan entreprenøren nu ikke mere bruge omfanget af sjakkets produktion som en indikator for om det har ydet en stor indsats eller ej. Og derfor giver akkordafløning mindre mening. Som hovedregel gælder det, at jo tættere sammenhængen er mellem sjakkets indsats og størrelsen af dets produktion, jo mere bør sjak og entreprenør overveje akkordafløning eftersom det gavner dem begge. I det omvendte tilfælde giver det ikke mening at aflønne med akkord, da en ekstra arbejdsindsats fra sjakkets side alligevel ikke har den store effekt på produktionsomfanget.

Det kan også være, at resultatet af den arbejdsopgave som sjakket løser, er mere "udefinerbar" af natur således, at entreprenøren har svært ved at måle størrelsen af sjakkets produktion og dermed hvor stor en indsats sjakket egentligt har lagt. Sjakket har i det tilfælde ikke incitament til at arbejde hårdt da resultatet af dets indsats er svært at observere. Sjakket ved derfor ikke, om det i sidste ende bliver ordentligt betalt for at lægge en stor indsats eller ej. Akkordafløningen giver derfor ikke incitament for sjakket til at yde en ekstra indsats og dermed bliver produktiviteten lav. En lav produktivitet reducerer også entreprenørens indtjening, og samtidig har han heller ingen interesse i at betinge sjakkets løn på et produktionsomfang som er svært at måle. Han kan nemlig ikke vide om sjakket har lagt en stor indsats for dagen eller ej. Som hovedregel har vi således, at jo lettere det er for entreprenøren at observere resultatet af sjakkets indsats, jo mere bør sjak og entreprenør overveje akkordafløning eftersom det gavner dem begge.

Hvis sjakket ikke værdsætter højt tempo, som en akkordafløning jo lægger op til, kan det bedst betale sig for entreprenøren at betale sjakket med tidløn. Akkord motiverer nemlig alligevel ikke sjakket til at yde en ekstra indsats, selvom akkorden er høj, og produktiviteten stiger derfor ikke. Det bliver derfor for dyrt for entreprenøren at betale med akkord frem for med tidløn. Som hovedregel gælder det, at jo mindre sjakket motiveres af akkordaflønings løfte om høj løn for stor arbejdsindsats, jo bedre er det for begge parter at tidaflønne.

Endelig vil sjakket foretrække tidaflønning, hvis det ikke bryder sig om den større usikkerhed og udsving i indtjening som akkordafløning medfører<sup>5</sup>. Hvis det er tilfældet, kan det ikke betale sig for entreprenøren at aflønne sjakket med akkord. Sjakket vil nemlig under alle omstændigheder kræve en tidløn, oven i akkorden, som modsvarer den større usikkerhed på indtjeningen som akkorden giver. Og dermed bliver det for dyrt for entreprenøren at insistere på akkordafløningen i forhold til tidaflønning. Som hovedregel har vi, at jo mindre betydning usikkerhed og udsving i timelønnen har for sjakket, jo bedre kan det betale sig for begge parter at akkordafløne.

Vi har nu mødt de fire grundprincipper, som styrer den optimale aflønningsform og som altså omhandler opgavens karakter og personlighedstyperne i sjakket. Det drejer sig om:

1. Hvorvidt sjakkets indsats er det eneste, der påvirker produktionsomfanget, eller om mange andre også er inde over opgaven, hvorved sjakket kun i mindre grad kan påvirke produktionens omfang.
2. Muligheden for at observere sjakkets produktion og vide om en given produktion skyldes høj indsats fra sjakkets side eller andre (tilfældige) faktorer.
3. I hvor høj grad sjakket værdsætter mindre tempo og stress på arbejdspladsen og dermed om det motiveres meget eller lidt af udsigten til højere timeløn som følge af en ekstra arbejdsindsats.

---

<sup>5</sup> Vi så netop i tabel 1, at der er højere usikkerhed på timelønningerne under akkord end under tidaflønning.

4. Hvorvidt akkord aflønningens større usikkerhed i forhold til tidaflønning har stor eller lille betydning for sjakket.

Det er med andre ord tale om en afvejning fra entreprenørens side, om hvorvidt det større økonomiske incitament som akkord aflønninger giver med dertil hørende stor arbejdsindsats og produktion, kan opveje, at sjakket modtager en del af produktionsværdien i form af akkorden. Disse fire principper udgør de byggesten som beslutningen om aflønningsform er baseret på. I den virkelige verden spiller disse fire principper naturligvis sammen og de kan både forstærke og opveje hinanden.

Nu har vi præsenteret de generelle byggesten i en aflønningsform. Vi skal nu se på, hvordan aflønningsformen påvirker entreprenørens og sjakkets økonomiske incitament til at lægge vægt på andre dimensioner end kun produktionsomfanget her og nu. Vi begynder med at se på hvordan forskellige aflønningsformer skaber incitament til at øge produktiviteten på længere sigt via investeringer.

## 2.2. Investeringer i nyt materiel, produktinnovationer og uddannelse

Vores analyser i dette afsnit peger på, at mængden af kapitalapparat i virksomheder der kun tidaflønner er højere end i virksomheder der også akkord aflønner. Men samtidig er arbejdskraftproduktiviteten generelt højere i virksomheder med akkord aflønning. Den højere arbejdskraftproduktivitet på trods af mindre kapitalapparat, skal ses i sammenhæng med – i overensstemmelse med analyserne i sidste afsnit – at det primært er arbejdsopgaver, der er velegnet til akkord aflønning, der også løses med akkord aflønning. Hvilket er mere simple typer af opgaver, som vi så det i sidste afsnit. Disse opgaver vil formentligt ofte være arbejdsopgaver der også er mindre kapitalintensive. Og det er med til at forklare den mindre mængde kapitalapparat i virksomheder der akkord aflønner sammenlignet med virksomheder der tidaflønner. En anden grund kan være at måden akkorder fastlægges på, afskrækker entreprenørerne til at foretage investeringer i materiel, altså kapitalapparat. Indenfor udvalgte arbejdsopgaver skaber akkord aflønning altså høj produktivitet. Men ulempen er, at virksomheder og sjak der benytter sig af akkord aflønning ikke konkurrerer på andre typer opgaver. Den simple og arbejdskraftintensive karakter af den typiske akkord-arbejdsopgave, er noget af grunden til at vi finder, at sjak, der næsten udelukkende arbejder på akkord aflønning, har mindre tilknytning til enkelte virksomheder og modtager mindre faglig opdatering igennem efteruddannelse. Nu til selve analyserne.

Først ser vi på hvordan aflønningsformen kan påvirke sjakkets og entreprenørens incitament til at foretage produktivitet fremmende investeringer. Akkordsystemet kan reducere entreprenørens incitament til at investere i nyt materiel, produktinnovationer og efteruddannelse af sjakket, hvilket fører til lavere produktivitet. Det skyldes, at akkorden er fastsat i de såkaldte kuranter som kan være besværlige at ændre på kort sigt<sup>6,7</sup>. Men entreprenøren vil som udgangspunkt kræve en reduktion i akkorden, hvis han bibringer sjakket nyt materiel eller en ny produktinnovation som øger sjakkets produktivitet eller på anden måde sparer sjakket for tid. På den måde får entreprenøren afkast af sin investering. Sjakket kan have incitament til at modsætte sig denne reduktion i akkorden, hvis der er usikkerhed om hvor stor en produktivitetstigning det nye materiel rent faktisk giver. Sjakket ønsker jo ikke en lavere løn, hvilket det får, hvis akkorden sænkes mere end nyinvesteringerne øger sjakkets produktivitet<sup>8</sup>. Sjakket vil tilsvarende have incitament til at modsætte sig produktinnovationer,

---

<sup>6</sup> En kurant er en overenskomstbestemt beskrivelse af hvor meget et sjak som minimum skal have for at producere én enhed.

<sup>7</sup> DTU (2004) viser flere eksempler på, at akkorden kan være svær at ændre, men også at der er mange forskellige meninger om den sag.

<sup>8</sup> En slupakkord hvor sjakket først "tester" virkningen af nyt materiel før det indgår den egentlige akkord med entreprenøren, kan bidrage til at mindske usikkerheden om effekten af nyt materiel. Slupakkord er derfor et instrument til lettere at kunne ændre akkorden i lyset af nyt og mere effektivt materiel eller produktinnovationer.

der reducerer antallet af arbejdsprocesser med "gode" akkord. Det svarer nemlig til en reduktion af akkorden og til, at entreprenøren høster hele gevinsterne ved at indføre nye materiel. Et eksempel på det er givet i boks 1.

### **Boks 1. Eksempel på modstand mod produktinnovationer.**

I en rapport udarbejdet af NIRAS [rådgivende ingeniørfirma] på bestilling af TEKNIQ/Dansk EI-forbund, skrives der:

Elektrikerne pegede på, at man – selvom det generelt ville være mere produktivt at anvende gitterbakker med færdigmonterede skillespor frem for at anvende gitterbakker, hvor elektrikerne selv monterer dem på byggepladsen – alligevel som oftest aftaler arbejdet udført med skillespor monteret på pladsen. Gitterbakkerne med monterede skillespor er lidt dyrere i indkøb, men til gengæld sparer de væsentligt på montagetiden. Akkorden på montage af skillespor opfattes generelt som god, og der er derfor ikke noget væsentligt element hos elektrikerne i at ændre på denne metodes anvendelse. Til gengæld burde der hos virksomheden ligge et væsentligt incitament i at kræve den produktive løsning anvendt. Fra et anerkendt beregnerfirma oplyses det, at der i tidens løb er kommet en lang række forslag til forbedrede produkter fra forskellige leverandører, men at barrieren for at tage nye produktpriser (inkl. montagetid) ind i tilbudsregningerne er den manglende fleksibilitet i priskuranten. Det tager lang tid at få aftalen om et nyt produkt/en ny metode indført i kuranten.

Kilde: IPU (2004).

Der er altså en modstrid i incitamenter hos entreprenør og sjak. Problemet omfang afhænger naturligvis af hvor stor vægt, der lægges på kuranterne i den faktiske forhandling om akkorden; om kuranterne blot er vejledende eller følges til punkt og prikke. Men i og med, at kuranterne gælder hvis parterne ikke kan blive enige, styrkes sjakkets incitament til at være "hårde forhandlere"<sup>9</sup>.

Et sjak på akkordafløjning vil imidlertid kunne udnytte materiellet mere effektivt. Det skyldes, at akkordafløjning giver sjakket incitament til at øge en ekstra indsats, hvilket også betyder, at en ny maskine bliver udnyttet mere effektivt. Det øger i sidste ende entreprenørens indtjening og giver ham derfor et vist incitament til at foretage investeringer, selvom han akkordafløjner og kuranten er stiv. Dermed er det også klart, at entreprenøren har allermindst incitament til at investere i produktinnovationer, der "industrialiserer" arbejdsprocessen, hvis ikke de akkordafløjnedes sjak er villige til at reducere akkorden, da sådanne produktinnovationer ikke kan udnyttes mere effektivt af et akkordsjak end af et tidlønssjak. Det så vi et eksempel på i boks 1.

Under alle omstændigheder peger argumentationen på, at de stive og ufleksible kuranter, isoleret set, bidrager til at reducere produktiviteten på længere sigt, da de reducerer entreprenørens incitamenter til at foretage produktivitetsfremmende investeringer og dermed også til at holde mindre kapital pr. medarbejder. Men stive kuranter kan bidrage til at øge produktiviteten på kortere sigt. Fordi kuranten er ufleksibel, kan entreprenøren ikke presse et sjak til at gå ned i løn, selvom en given akkordaftale har resulteret i en meget høj timeløn. Det betyder, at sjakkene ikke "holder igen" når de aflønnes efter akkord. Incitamentet for sjakket til

---

<sup>9</sup> Se By- og boligministeriet og Erhvervsfremmestyrelsen (2000) s. 130. I tilfælde af, at entreprenør og sjak ikke kan blive enige om hvor meget akkordandelen skal reduceres med i lyset af nyt produktivitetsfremmende materiel, gælder den gamle akkord fra kuranten. Og dermed er entreprenøren "fanget" fordi han allerede har foretaget investeringen. Sjakket kan altså til enhver tid vælge at falde tilbage på kuranten.

at yde en ekstra indsats og dermed øge produktiviteten er netop akkordafønnings styrke. Men hvis kuranterne og dermed akkorderne let kan ændres, mindsker det sjakkets incitament til at yde en ekstra indsats. For de kan frygte, at hvis deres arbejdsindsats resulterer i en meget høj timeløn, kan entreprenøren måske få held til at reducere kuranter og dermed akkorden så sjakket vil få en lavere timeløn for samme arbejde næste gang. Det er dermed ikke sikkert, at det er en ubetinget fordel at gøre kuranter mere fleksibel, da kuranterens stivhed er sjakkets sikkerhed for at de ikke bliver "straffet" for at yde den størst mulige indsats, hvilket er formålet med akkordafønnningen. En stiv kuranter og dermed akkord er således med til at sikre, at akkordafønnningen incitamenter til at yde en ekstra indsats bevares.

Samlet set taler noget for, at virksomheder der gør meget brug af akkordafønnning har mindre incitament til at investere i materiel eller kapitalapparat. En simpel beregning af den lineære sammenhæng mellem kapitalapparat pr. medarbejder og omfanget af akkord i virksomhederne peger i samme retning, jf. tabel 3. Tabellen viser en negativ sammenhæng mellem virksomhedernes brug af akkordafønnning og hvor meget materiel de har til rådighed pr. medarbejder, målt ved værdien af kapitalapparatet i forhold til antal beskæftigede. Det fremgår af korrelationskoefficienten på -0,14 mellem akkordomfanget og kapital-arbejdskraftforholdet, som indikerer, at virksomheder der benytter meget akkordafønnning har mindre kapital til rådighed pr. medarbejder. Samtidig er korrelationen mellem akkordomfang og arbejdsproduktivitet positiv (0,07), hvilket betyder, at det akkordafønnede sjaks incitament til at yde en ekstra indsats, modsvarer den lavere mængde kapital, det har til rådighed. Selvom begge korrelationer er signifikante er de meget små. Det kan enten skyldes, at sammenhængen ikke er meget stærk eller, at den ikke er lineær<sup>10</sup>. En noget større korrelation på 0,35 viser, som forventet, at et større kapital-arbejdskraftforhold øger arbejdskraftproduktiviteten.

**Tabel 3. Isolerede sammenhænge mellem akkordomfang og udvalgte variable, gennemsnit 1999-2001.**

	Akkordomfang <sup>1</sup>	Kapital-arbejdskraftforhold <sup>2</sup>	Arbejdskraftproduktivitet <sup>3</sup>
Akkordomfang	1	-	-
Kapital-arbejdskraftforhold	-0,14	1	-
Arbejdskraftproduktivitet	0,07	0,35	1

Kilde: Mikrodatabase over aflønningsformer i byggeriet og egne beregninger. Se appendiks for en nærmere beskrivelse af databasen.

Note: Tallene i tabellen er partielle korrelationskoefficienter. De er alle signifikante på et 1 pct. niveau. Ca. 4.000 observationer indgår.

1: Akkordomfang er beregnet som det samlede antal akkordtimer i virksomheden i pct. af alle timer.

2: Kapital-arbejdskraftforholdet, er beregnet som værdien af det samlede kapitalapparat divideret med antal årsværk i virksomheden. Derefter er den naturlige logaritme taget.

3: Arbejdsproduktiviteten er beregnet som værditilvæksten (omsætning minus vareforbrug) divideret med antal årsværk i virksomheden. Derefter er den naturlige logaritme taget.

Den negative sammenhæng mellem en virksomheds akkordomfang og kapital-arbejdskraftforholdet genfindes når vi inddeler virksomhederne efter deres brug af akkordafønnning, jf. tabel 4. Tabellen viser, at kapital-arbejdskraftforholdet i gennemsnit er mindre for virksomheder, der akkordafønner end for virksomheder, der kun tidaflønner. Sidstnævnte virksomheders værdi af kapitalapparatet er ca. 237.300 kr. pr. medarbejder i gennemsnit, mens det i gennemsnit er 144.900 kr. pr. medarbejder i virksomheder, der akkordafønner. Men vi ser også, at arbejdskraftproduktiviteten i gennemsnit er større i virksomheder, der benytter akkordafønnning end i virksomheder, der kun benytter sig af tidaflønning.

<sup>10</sup> Korrelationskoefficienten måler den lineære sammenhæng mellem to variable. Hvis sammenhængen er ikke-lineær bliver korrelationskoefficienten lille.

Den negative sammenhæng mellem akkordomfanget og kapital-arbejdskraftforholdet kan skyldes, at akkorden ofte er stiv nedadtil i lyset af nye investeringer i kapitalapparat. Entreprenører der udfører meget kapitalintensivt arbejde, som altså i høj grad er baseret på brug af maskiner eller avanceret værktøj, tidaflønner i hvert fald i højere grad<sup>11</sup>. Men samtidig virker akkordaflønnings incitament til at yde en ekstra indsats efter hensigten, idet arbejdskraftproduktiviteten i akkordaflønnede virksomheder under ét, er højere end i gruppen af virksomheder, der ikke benytter akkordaflønnings.

Beregningerne i tabel 3 og tabel 4 tyder således på, at tidaflønnede udfører mere kapitalintensivt arbejde, hvor (omfanget af) materiellet har større betydning for løsning af opgaven end sjakkets incitament til at yde en ekstra indsats. Omvendt tyder det på, at akkordaflønnede sjak i højere grad udfører mere arbejdskraftintensivt arbejde. De har i hvert fald mindre kapitalapparat til rådighed end tidaflønnede sjak. Vi ved også fra principperne for aflønning i tabel 2, at simple, veldefinerede og målelige arbejdsopgaver egner sig bedst til akkord, mens løsere og mere komplekse arbejdsopgaver er bedre egnet til tidaflønning. Sammen giver det os et billede af, at de akkordaflønnede sjak og virksomheder helt naturligt udfører simple opgaver som i højere grad baserer sig på arbejdskraft, mens tidaflønnede sjak og virksomheder også udfører mere komplekse opgaver som forudsætter en større mængde materiel. I det lys, kan den udbredte brug af akkordaflønnings i byggeriet være med til at lægge en dæmper på byggeriets evne til at udvikle nye, mere komplekse og mere industrialiserede produkter.

**Tabel 4. Kapitalapparatet og produktivitet fordelt efter virksomhedernes brug af akkordaflønnings, 1999-2001.**

Akkordomfang <sup>1</sup>	Virksomheder		Kapitalapparat i forhold til antal ansatte	Kapitalproduktivitet <sup>2,3</sup>	Arbejdskraftproduktivitet <sup>4</sup>		
	Pct.	Antal	Pct.	1.000 kr. pr. fuldtidsansat	Kr. værditilvækst pr. kr. kapitalapparat	Indeks, ingen akkordaflønnings=100	1.000 kr. pr. fuldtidsansat
Ingen akkordaflønnings		3.336	80	237,3	1,8	100,0	420,4
Alle akkordaflønnings		814	20	144,9	3,0	103,3	434,4
1-10		217	5	127,2	3,1	92,4	388,6
10-60		304	7	119,0	3,6	100,6	422,9
60-90		150	4	188,8	2,6	115,2	484,5
Over 90		143	3	162,2	2,6	101,5	426,7

Kilde: Mikrodatabase over byggeriet og egne beregninger. Se appendiks for en nærmere beskrivelse af databasen.

1: Akkordomfang er beregnet som det samlede antal akkordtimer i virksomheden i pct. af alle timer. Kategorien 1-10 repræsenterer et akkordomfang større end nul og mindre end eller lig med 10.

2: Kapitalapparat repræsenterer det samlede kapitalapparat.

3: Kapitalproduktivitet er målt som værditilvæksten i forhold til det samlede kapitalapparat.

4: Arbejdskraftproduktivitet er målt som værditilvæksten i forhold til det samlede antal fuldtidsbeskæftigede.

Tabel 4 viser også, at kapital-arbejdskraftforholdet ikke er aftagende, jo mere virksomheden benytter sig af akkordaflønnings. Således har virksomheder der aflønner over 60 pct. af timerne på akkord et højere kapital-arbejdskraftforhold end virksomheder, der sjældnere benytter akkordaflønnings. Så generelt er kapital-arbejdskraftforholdet lavere i virksomheder, der akkordaflønnings, end i virksomheder der kun tidaflønner. Men det er tilsyneladende ikke lavere i virksomheder med megen akkordaflønnings i forhold til virksomheder med lidt akkordaflønnings.

<sup>11</sup> Det så vi tegn på i tabel 1, hvilket vi også bemærkede.

Gruppen "60-90", der benytter akkordafløjning i mellem 60 og 90 pct. af arbejdstimerne, oplever en betydeligt højere arbejdskraftproduktivitet end gruppen "over 90", som aflønner med akkordafløjning i over 90 pct. af arbejdstimerne. Men deres forhold mellem kapital og arbejdskraft er næsten identiske. Det tyder på, at for mange opgaver, der faktisk ikke er velegnet til akkordafløjning, alligevel løses på akkord i gruppen "over 90"; det reducerer produktiviteten. Mens gruppen "60-90" bedre kan udvælge de bedst egnede opgaver til akkordafløjning og løser resten på tidaflønning; det øger produktiviteten<sup>12</sup>. Det peger endnu engang på, at typen af arbejdsopgaver har betydning for om virksomheden akkordafløjner eller tidaflønner. Det er endvidere interessant, at virksomhederne i gruppen "1-10", der aflønner med akkord i under 10 pct. af arbejdstimerne, og "10-60", der aflønner med akkord i mellem 10 pct. og 60 pct. af arbejdstimerne, har næsten sammen kapital-arbejdskraftforhold, men at sidstnævnte gruppe har en væsentligt højere arbejdskraftproduktivitet. Det må blandt andet tilskrives den større brug af akkord, som bidrager til en højere gennemsnitlig arbejdskraftproduktivitet.

Blandt akkordafløjningsvirksomhederne har gruppen "60-90" den højeste arbejdskraftproduktivitet, mens gruppen "1-10" har den laveste, jf. tabel 4. Det trækker i retning af, at den gennemsnitlige timeløn under akkordafløjning i virksomhederne i "60-90" er højere end i gruppen "1-10". Men som vi også har set, har opgavens karakter stor betydning for hvor effektiv akkordafløjning er. Og i jo mindre grad virksomheden benytter sig af akkordafløjning, jo større er chancen for at kun de mest velegnede arbejdsopgaver bliver aflønnet med akkord. Det trækker i retning af, at den gennemsnitlige akkordtimeløn er større i virksomheder i gruppen "1-10" end i gruppen "60-90", jf. tabel 5.

**Tabel 5. Timeløn for akkordarbejde fordelt på virksomhedernes akkordomfang, gennemsnit 1999-2001.**

Akkordomfang <sup>1</sup>	Virksomheder	Gennemsnitlig akkordprocent	Gennemsnitlig akkordafløjning i virksomheden
Pct.	Antal	Pct.	Kr. pr. time
Alle akkord-aflønning	791	44	159
1-10	222	3	179
10-60	313	32	160
60-90	152	74	161
Over 90	104	97	155

Kilde: Mikrodatabase over aflønningsformer i byggeriet og egne beregninger. Se appendiks for en nærmere beskrivelse af databasen.

1: Akkordomfang er beregnet som det samlede antal akkordtimer i virksomheden i pct. af alle timer. Den første datarække løber fra 1-10, hvilket i praksis er for akkordomfang større end nul og mindre end eller lig med 10. Det skyldes, at kun virksomheder der har anvendt akkordafløjning er med, da de ellers ikke kan fremvise en gennemsnitlig akkordtimeløn.

Tabellen viser, at timelønnen for akkordarbejde er højst i virksomheder i gruppen "1-10", som er virksomheder, der højst akkordafløjner 10 pct. af arbejdstimerne. For de andre grupper af virksomheder er den gennemsnitlige timeløn lavere, selvom arbejdskraftproduktiviteten i disse virksomheder er højere (se tabel 4). Det bekræfter, at opgavens karakter har stor betydning for om akkordafløjning resulterer i høj produktivitet og dermed høj timeløn. I virksomheder der benytter akkordafløjning i mindre omfang, gruppen "1-10", kan medarbejderne "håndplukke" de arbejdsopgaver som er særlig velegnet til akkord og som de har erfaring og kompetencer til at udføre med høj produktivitet, hvilket giver dem en høj timeløn. Men jo større en del af

<sup>12</sup> Vi så i forbindelse med "principperne for aflønning" i tabel 2, at opgaven kan være af en sådan karakter, at akkordafløjning ikke giver sjakket tilstrækkelige incitamentter til at være højproduktive, hvorimod tidaflønning kan være en bedre aflønningsform til løsning af den slags opgaver.

arbejdsopgaverne, der udføres på akkord, jo større er risikoen for at visse opgaver bliver udført på akkord, selvom de egentligt ikke er velegnet til det. Det resulterer i en lavere timeløn.

Som vi har set fungerer akkordaflønningen bedst når arbejdsopgaven er veldefineret og let målelig (se tabel 2). Altså en type arbejde som man kan sætte et "fremmed" sjak til, mens de trofaste medarbejdere, hvis kompetencer og indsats entreprenøren kender, kan sættes til arbejde som udføres mere produktivt med tidløn. Omvendt har vi også set, at kun visse typer arbejdsopgaver er velegnede til akkordafløkning, og så vil entreprenøren måske oftere give de arbejdsopgaver til trofaste medarbejder. Begge forklaringer synes at være repræsenteret i tabel 6, der viser sammenhængen mellem en beskæftiget persons anciennitet i en virksomhed og hvor ofte han akkordafløknes.

**Tabel 6. Ansattes anciennitet fordelt på akkordprocent.**

Akkord- omfang <sup>1</sup>	Personer		Anciennitet					Ledighed 1. kvartal	Ledighed hele året
	2002		1998	1999	2000	2001	2002	2002	
Pct.	Antal	Pct.	År					Pct.	
Ingen akkord- afløkning	23.041	62	4,7	4,9	4,6	4,7	4,9	9,4	6,4
Alle akkord- afløkning	13.876	38	4,0	4,3	4,2	4,0	4,4	9,5	6,7
1-10	869	2	5,3	5,5	4,9	5,4	6,0	6,0	3,7
10-60	1.918	5	4,0	4,5	4,4	4,2	4,4	8,1	5,7
60-90	1.873	5	5,2	5,0	4,9	4,7	5,3	7,6	5,5
90-99	1.571	4	4,9	5,1	5,2	4,8	5,5	7,7	4,9
Over 99	7.645	21	3,2	3,5	3,5	3,4	3,7	11,0	8,0

Kilde: Mikrodatabase over aflønningsformer i byggeriet og egne beregninger. Se appendiks for en nærmere beskrivelse af databasen.

1: Akkordomfang er beregnet som det samlede antal akkordtimer i forhold til alle arbejdstimer for den enkelte arbejder.

Tabellen viser, at tidaflønnede personer ikke har systematisk højere anciennitet end personer, der oftere akkordafløknes. Faktisk er ancienniteten højst for personer, der arbejder på akkord mellem 60 og 99 pct. af tiden. For mange personer er akkordafløkning således ikke ensbetydende med mindre tilknytning til virksomheden de arbejder i. De arbejder både på tid- og akkordløn, og de opgaver som løses på akkord er så netop de velegnede, godt betalte arbejdsopgaver, som entreprenøren måske endda tilbyder de mest trofaste og erfarne medarbejdere. De personer er ikke "frie fugle", der flytter rundt efter opgaverne. Det afspejler sig også i deres, relativt set, beskedne ledighed.

Tabellen viser meget interessant, at personer der udelukkende arbejder på akkord (over 99 pct. af tiden), skiller sig markant ud, ved at have den klart laveste anciennitet. Og den gruppe udgør hele 21 pct. af de samtlige personer på tid- eller akkordløn og dermed over halvdelen af de akkordaflønnede som udgør 38 pct., jf. tabel 6. De personer flytter altså jævnligt mellem arbejdspladser og er den type "frie fugle" som ofte forbindes med akkordafløkning. Den gruppe oplever også højere ledighed både i første kvartal (som er et udtryk for sæsonledighed) og over hele året. Udover at have lavere anciennitet, har personerne i den gruppe også en mindre stabil tilknytning til arbejdsmarkedet.

Aflønning på akkord- og tidløn påvirker også incitamenterne til efteruddannelse. Aflønnes et sjak primært med tidløn betyder det, at sjakket ikke har så stort incitament til at efteruddanne sig, da det ikke får gevinst af den højere produktivitet som forventes at være resultatet af mere uddannelse. Omvendt øger et højt akkordomfang sjakkets incitament til at investere i



efteruddannelse, da det nu høster en større del af gevinsten selv. For entreprenøren er det lige omvendt. Han har incitament til at betale for sjakkets efteruddannelse når akkordandelen er lav, fordi han dermed selv får mest gavn af sjakkets nye kompetencer og dermed højere produktivitet. I virkeligheden er det ikke noget entydigt mønster, men igen skiller gruppen der udelukkende arbejder på akkord sig ud, jf. tabel 7.

**Tabel 7. Omfang af ansattes efteruddannelse fordelt på akkordprocent.**

Akkordomfang <sup>1</sup>	Fordeling i 2002	1998	1999	2000	2001	2002
Pct.	Pct.	----- Dage -----				
Ingen akkord-aflønning	62	2,4	2,4	2,1	2,0	2,0
Alle akkord-aflønning	38	2,6	2,2	2,0	2,0	1,3
1-10	2	2,9	2,7	2,4	1,9	1,6
10-60	5	3,2	2,8	2,2	2,5	1,7
60-90	5	3,2	2,8	2,9	3,1	1,7
90-99	4	2,7	2,2	1,9	2,2	1,6
Over 99	21	2,1	1,8	1,7	1,4	1,0

Kilde: Mikrodatabase over aflønningsformer i byggeriet og egne beregninger. Se appendiks for en nærmere beskrivelse af databasen.

Note: Det er antaget, at en person der er på kursus i 5 dage om ugen i 40 uger har været på kursus i et helt år.

1: Akkordomfang er beregnet som det samlede antal akkordtimer i forhold til alle arbejdstimer.

Tabel 7 viser ikke entydigt, at personer der sjældent akkordaflønes oftere er på kursus end personer der ofte akkordaflønes. Således var personer på ren tidaflønning i gennemsnit på mellem 2 og 2,4 dages efteruddannelse om året mellem 1998 og 2002. Det samme var omtrent tilfældet for samtlige akkordaflønnede under ét (med undtagelse af 2002 som med 1,3 dage var noget lavere). Længden af efteruddannelse synes faktisk at stige med akkordomfanget. Personer der udelukkende arbejder på akkord – over 99 pct. af deres arbejdstimer akkordaflønes – skiller sig imidlertid ud ved at modtage betragteligt mindre efteruddannelse. Der synes således ikke at være en udpræget systematisk mellem akkordomfang og efteruddannelse. Undtagen for personer der udelukkende akkordaflønes. Det var de samme personer, som også havde en meget lavere gennemsnitlig anciennitet og oftere var ledige. Det lavere niveau af efteruddannelse for den gruppe kan dels skyldes, at deres tilknytning til en enkelt entreprenør er mindre, hvilket reducerer entreprenørens incitament til at betale for efteruddannelse. Og dels at de ikke selv er videre interesseret i efteruddannelse, hvilket også skal ses i lyset af, at arbejdsopgaverne, der er bedst egnede til at blive udført med akkordaflønnning formentligt er mindre teknisk krævende og velafgrænsede, og derfor ikke forudsætter en jævnlig faglig opdatering.

### 2.3. Incitament i nye lønsystemer, med vægt på andet end mængde<sup>13</sup>

Vi har nu set hvordan akkord- og tidaflønning påvirker entreprenøren og sjakkets incitament til at øge produktiviteten på langt sigt ved hjælp af investeringer. Vi har også set hvor stor betydning en arbejdsopgaves karakter har for, om den er velegnet til akkordaflønnning eller ej. Vi ved at mere simple og veldefinerede opgaver, hvis resultat let kan måles, er mest velegnet til akkordaflønnning. I det her afsnit skal vi derfor se nærmere på incitamenterne i akkord- og tidaflønning når vi udvider en "simpel" arbejdsopgave og til at omfatte flere krav. Det kan være et kvalitetskrav, krav til materialeforbruget eller til samarbejde med andre sjak, oven i kravet om høj produktion. Vi ser med andre ord nærmere på sjakkets incitament til at yde en ekstra indsats og opfylde alle kravene i arbejdsopgaven med lige stor iver under en akkordaflønnning, når arbejdsopgaven ændrer karakter og bliver mere kompleks. Det er interessant i lyset af, at vi i sidste afsnit så tegn på, at de arbejdsopgaver der bliver udført med akkordaflønnning er

<sup>13</sup> Dette afsnit bygger i særdeleshed på analyserne i Overgaard (2004).

mindre komplekse. Nu ser vi så på, hvad der sker, hvis vi alligevel forsøger at få flere dimensioner ind i en ellers simpel arbejdsopgave og fortsat ønsker at akkord aflønne for at høste fordelene af sjakkets incitament til høj arbejdsindsats under akkord aflønning.

Det er også interessant, fordi der igennem de sidste 10-15 år har været flere forsøg med alternative lønsystemer i byggeriet, hvor det enkelte sjak eller medarbejder belønnes for mere end bare hastighed eller den direkte størrelse af deres produktion. Vi siger at der indgår flere dimensioner i aflønningen. Dansk Industri og CO-industri præsenterede i 2002 et nyt lønsystem de kaldte Plus-Løn. Med Plus-Løn bliver medarbejderen aflønnet med en basisløn plus en mere resultatorienteret del, der afhænger af en række faktorer. Der er altså tale om et mix mellem akkord- og tidaflønning, hvor der indgår både en fast betaling (tidløn) og en variabel betaling (akkorden). Plus-Løn lægger op til, at den enkelte virksomhed kan designe sit eget incitamentssystem ved at lade akkorddelen afhænge af medarbejdernes indsats inden for de områder som er vigtige for den enkelte virksomhed. Der kan fx være tale om en "kvalifikations"-dimension (uddannelse, fleksibilitet osv.) eller en "resultat"-dimension (produktivitet, kvalitet, materialeudnyttelse osv.). Herudover kan virksomheden også ønske at belønne mere bløde dimensioner såsom samarbejdsevne og evnen til at udnytte arbejdstiden<sup>14</sup>.

Vi viser nedenfor, hvilke mekanismer entreprenøren skal være opmærksom på, når han ønsker at få flere arbejdsopgaver udført af det samme sjak. Som eksempler undersøger vi hvordan kvalitet og materialeforbrug kan indgå i en akkord aflønnet arbejdsopgave på lige fod med den producerede mængde og hvad det resulterer i af incitamenter for sjakket. Og vi undersøger de centrale mekanismer, som er på spil, når entreprenøren ønsker at styrke samarbejdet mellem flere sjak. Mekanismerne er altså beskrevet med udgangspunkt i tre eksempler, men gælder naturligvis i alle andre lignende situationer.

#### *Akkordløn og kvalitet*

Akkord aflønning giver sjakket økonomisk tilskyndelse til at fokusere på hastighed og mængde i arbejdet og i mindre grad på kvaliteten. Selvom sjakket har en faglig stolthed og ønsker at udføre arbejdet ordentligt, så bidrager de økonomiske incitamenter til at nedprioritere kvalitet til fordel på hastighed og mængde. Det skyldes, at sjakkets løn afhænger af hvor meget de producerer, mens kvaliteten sjældnere aflønnes lige så konkret. Det reducerer den (kvalitetsjusterede) produktivitet, da byggeriet har en lavere kvalitet end aftalt og fører måske endda til bekostelige fejl- og mangelludbedringer efter byggeriet er afleveret. Så hvordan skal entreprenøren aflønne sjakket, så han giver det incitament til at yde en ekstra indsats for at holde kvaliteten i top samtidig med, at det fortsat har incitament til at yde en ekstra indsats på mængden eller produktionsomfanget? Altså være højproduktive på både mængde og kvalitet. Det er entreprenørens udfordring, og det ser vi på nu.

Det første "logiske" skridt for entreprenøren er at inddrage kvalitetsdimensionen i sjakkets byggeopgave ved at akkord aflønning *både* mængde/hastighed, altså produktionsomfanget, og kvalitet. Det bør jo så give sjakket et økonomisk incitament til at lægge lige mange kræfter i begge dimensioner? Men det er ikke tilfældet. For mens omfanget af sjakkets produktion kan måles ret nøjagtigt, er det betydeligt sværere at måle kvalitet. For det første er det vanskeligt at opstille mål for kvalitet, og selv om det kan gøres utvetydigt, vil det stadigvæk være svært at vurdere om dårlig kvalitet skyldes sjakkets arbejde, materialernes kvalitet, materiellets kvalitet eller andre forhold som sjakket ikke har indflydelse på. Derfor er det bedre og mere produktivt, at et stykke arbejde der stiller store krav til kvalitet aflønnes med tidløn. Det ved vi fra grundprincipperne for den bedste aflønningsform i tabel 2, som siger, at hvis produktionsomfanget ikke kan måles klart og tydeligt, så vil sjakket *ikke* have incitament til at lægge en høj indsats for dagen, da det er usikkert om det bliver belønnet retmæssigt. Og når

---

<sup>14</sup> Beskrivelsen af de nye lønsystemer er fra IPU (2004).

sjakket reducerer sin indsats falder produktiviteten og akkordaflønningsformen gavner dermed heller ikke entreprenøren.

Det næste "logiske" skridt må så være at tilbyde sjakket akkordaflønnning på produktionsomfanget og tidaflønning på kvalitetsdimensionen. Så sjakket har højt incitament til at yde en ekstra indsats for at få produceret meget, men er tidlønt når det drejer sig om at "kæle" for kvaliteten. Det er imidlertid heller ikke nogen god løsning. Med sådan en aflønning er det økonomisk mest attraktivt for sjakket at lægge alle kræfterne i at få produceret meget og hurtigt og bekymre sig mindre om kvaliteten. Og så er entreprenøren tilbage hvor han startede. Problemet opstår fordi sjakkets indsats for at arbejde hurtigt, alt andet lige, stjæler tid fra indsats på kvaliteten. Så hver gang sjakket fokuserer på kvaliteten, som aflønnes med tidløn, går det glip af indtægter fra produktionsomfanget som er akkordaflønt. Derfor er det sådan, at hvis arbejdsindsatsen på én dimension, fx mængde/produktionsomfang, stjæler arbejdsindsats fra den anden dimension, fx kvalitet, så skal begge dimensioner aflønnes på samme måde. Ellers vil sjakket have incitament til at prioritere den økonomisk mest attraktive dimension på bekostning af den anden dimension. For at skabe incitamenter der får sjakket til at fokusere lige meget på kvalitet som på mængde, hvilket var entreprenørens udgangspunkt, er det bedste entreprenøren kan gøre at tilbyde tidaflønning på *både* produktionsomfang og kvalitet. Entreprenøren må altså aflønne efter den "laveste fællesnævner", det vil sige tidløn. På den måde kan entreprenøren instruere sjakket i at både produktionsomfang og kvalitet er vigtigt, hvilket sjakkets ikke har økonomiske incitamenter der modarbejder, da det blot er tidaflønt. Med tidaflønning på begge dimensioner har entreprenøren fjernet ethvert incitament for sjakket til at prioritere én dimension over den anden. Bagsiden af medaljen er, at når sjakket mister incitamentet til at yde en ekstra indsats på mængdedimensionen reducerer det, isoleret set, produktiviteten<sup>15</sup>. Vi kan altså ikke få både høj produktivitet på produktionen samtidig med at sjakket har incitament til at prioritere både omfang og kvalitet lige højt.

Entreprenøren kan dog forsøge at tage visse forholdsregler som gør at akkordaflønnning måske alligevel kan implementeres. Det første problem er kvaliteten, som ikke kan måles så præcist som omfang. Og derfor skal kvalitet tidaflønnes og omfang akkordaflønnnes i henhold til "principperne for aflønning" i tabel 2. Men hvis entreprenøren kan forbedre målingerne af kvalitet eller øge opsynet med sjakket, så kan kvalitetsdimensionen godt akkordaflønnnes. Opsyn må forventes at være temmelig bekosteligt i en situation med mange sjak. Det kræver også, at entreprenøren har indsigt i sjakkets arbejde for at kunne reagere, når kvaliteten af arbejdet daler. Den anden mulighed er at forbedre målingerne af kvalitet og reducere indflydelsen fra andre faktorer såsom vejr og materialer, der vanskeliggør målinger af sjakkets indsats for at opnå en høj kvalitet. Det første kan entreprenøren påvirke ved at være mere præcis omkring hvad der forstås ved kvalitet og hvordan det måles. Simplethen ved at opstille nogle målbare, konkrete indikatorer som i sidst ende definerer begrebet "kvalitet". Indflydelsen fra udefrakommende faktorer som vanskeliggør en måling af hvor meget sjakket egentligt har fokuseret på kvaliteten, kan neutraliseres ved at lade sjakket udfylde akkordsedler over forhold som ikke er i orden før arbejdet starter og som bidrager til at reducere kvaliteten af arbejdet, og dermed akkordlønnen, uden at sjakket har noget med det at gøre<sup>16</sup>.

Endelig kan entreprenøren tilbyde sjakket medejerskab på arbejdsopgavens samlede værdi, det vil sige den værdi en bygherre betaler for at få opgaven udført. Det samme kan mester i en mindre virksomhed tilbyde en af sine svende, eller han kan decideret tilbyde ham medejerskab af virksomheden. Det skaber incitament for svenden til at lægge en ekstra indsats på både

---

<sup>15</sup> Eftersom kvaliteten forventes at stige er det usikkert hvad effekten er på den "kvalitetsjusterede" produktivitet.

<sup>16</sup> Akkordsedler bruges i forvejen når der opstår uforudsete hændelser som reducerer sjakkets muligheder for at producere optimalt. Sjakket udfylder akkordsedler hvor de påpeger faktorer som de ikke selv er skyld i, og som reducerer deres mulighed for at producere så meget som deres indsats berettiger. Det bliver de så kompensert økonomisk for.

mængde og kvalitet selvom akkorden er lille eller han tidaflønes, fordi han selv har en andel i selve opgavens overskud som medejer.

#### *Akkordløn og materialeforbrug*

På samme måde som med kvalitet har sjakket heller intet økonomisk incitament til at spare på materialerne under akkordafløning, da det vil reducere arbejdstempøet og dermed aflønningen. Entreprenørens første "logiske" løsning er at inddrage materialeforbrug i akkordaftalen som en aflønningsdimension på linje med produktionsomfanget. Det vil sige, at sjakket bliver akkordaflønt både for at spare på materialerne og for hvor meget det producerer. Da materialeforbrug må forventes at kunne måles stort set lige så godt som mængdeproduktionen, kan entreprenøren faktisk godt fastholde akkordafløning på både produktions- og materialeforbrugsdimension uden problemer. Denne gang virker den første "logiske" løsning faktisk. Det vil sige, at sjakket bliver aflønnet med lige gode akkorder på de to dimensioner. Dermed fastholdes incitamentet til at yde en ekstra indsats og øge produktiviteten, samtidig med, at materialeforbruget må forventes at gå ned. Sådan en akkordafløning bør derfor umiddelbart give gode resultater, hvilket også bekræftes af faktiske erfaringer, jf. boks 2.

#### **Boks 2. Gode erfaringer med at kombinere mængde og materialeforbrug.**

At en simpel form for udbygget akkord kan lade sig gøre i Danmark, har MT Højgaard imidlertid vist i et forsøgsprojekt, hvor materialebesparelse har været indbygget som incitament i slumpakkorden. Dybest set fungerer systemet ved, at den fortjeneste, der opnås ved at spare på materialerne, deles af virksomheden og bygningsarbejderne. MT Højgaard har således vendt et underskud på projektet til et overskud igennem øget fokus på materialeforbrug.

Kilde: IPU (2004).

Hvis det er vanskeligere at måle materialeforbrug end produktionsomfang, er det mest optimalt, at akkorden på materialeforbruget er mindre end på produktionsomfanget. Vi ved fra aflønningsprincipperne i tabel 2, at jo sværere det er at måle resultatet eller produktionen, jo bedre er det at aflønne med tidløn frem for med akkordløn. Men i forlængelse af diskussionen af kvalitet og akkordafløning i sidste afsnit, skal aflønningsformen på produktionsomfang være identisk med aflønningsformen på materialer, når de to arbejdsområder stjæler indsats fra hinanden og aflønningen på begge skal da følge den dimension som tidaflønes. Ellers får sjakket incitament til at fokusere udelukkende på det der betaler bedst, nemlig produktionsomfanget som akkordaflønes.

Entreprenøren kan imidlertid træffe visse foranstaltninger, så det fortsat er optimalt at opretholde akkordafløning på produktionsomfang og fx tidafløning på materialeforbrug. Han skal sørge for, at arbejdsindsatsen på produktionsomfanget også gavner indsatsen på at spare på materialeforbruget, eller med andre ord, sørge for at de to arbejdsområder ikke stjæler indsats fra hinanden, men tværtimod gavner hinanden. Entreprenøren kan eksempelvis lade sjakket betale for materialerne eller blot gøre det besværligt for sjakket at få tilført nye forsyninger af materialer. Fx lade sjakket hente materialerne selv, og kun en begrænset mængde af gangen. På den måde er der et tidstab forbundet med at overforbruge materialer for sjakket. Nu går der nemlig tid fra sjakkets mængdeproduktion da det skal bruge tid på at hente materialer i stedet for at arbejde på selve opgaven som er akkordaflønt. Dermed skaber entreprenøren sammenfald i incitamenterne til at spare på materialerne og holde en høj produktion. Er sammenfaldet i incitamentet stærkt nok, kan entreprenøren faktisk godt tidafløne på materialebesparelser eller give en lav akkord på materialebesparelser, samtidig med at han akkordafløner sjakket på produktionsomfanget. Og det uden, at indsatsen for at

spare på materialerne nedprioriteres af sjakket. Men som sagt forudsætter det et sammenfald i arbejdsindsatsen på de to dimensioner, ellers er det ikke muligt.

#### *Akkordløn og samarbejde sjakkene imellem*

De enkelte sjak er ofte fagligt specialiserede i fx murersjak, blikkenslagersjak osv. Da den traditionelle akkordlønsmodel udelukkende belønner produktionsomfanget for det enkelte sjak, er der ikke noget økonomisk incitament for sjakkene til at koordinere arbejdsindsatsen med hinanden, så spildtid og spildarbejde kan undgås. Men eftersom spildtid reducerer produktiviteten i forhold til en situation uden spildtid og spildarbejde, vil mere samarbejde sjakkene imellem øge entreprenørens indtjening og derfor har han en interesse i at få sjakkene til at samarbejde. De manglende incitamenter for sjakkene til at samarbejde er tilsyneladende en reel udfordring, jf. boks 3.

### **Boks 3. Eksempel på konsekvens af stive faggrænser.**

Flere af interviewpersonerne har berettet om, at det er almindeligt forekommende, at tømreren f.eks. sætter lofter op eller lukker en væg, før smeden eller elektrikereren er færdig med sit arbejde. Dette resulterer i, at tømreren skal pille lofterne ned igen eller fræse væggen (og tage sig betalt for det), for at arbejdet kan gøres færdigt. Og det kan være svært at fortænke tømreren i at gøre det – for hvorfor skal tømreren bøde for, at de andre er forsinket? Faktisk risikerer tømreren at få dagbøder, hvis han undlader at sætte loftet op, fordi tømreren har sin egen tidsplan, som skal overholdes.

Kilde: IPU (2004).

Hvordan skaber entreprenøren så incitamenter for sjakkene til at samarbejde? Som med kvalitet og materialeforbrug er den første "logiske" løsning at udvide akkordaflønnen så den også belønner "koordination med andre sjak". Men som det var tilfældet med kvalitetsudvidelsen, er det formentligt sådan, at koordination med andre sjak er vanskeligt at observere for entreprenøren, hvilket tilsiger, at den slags opgave skal løses på tidløn<sup>17</sup>. Og da en koordinationsindsats fra sjakkene alt andet lige stjæler fra indsatsen på deres egen produktion, skal produktionsomfanget tilsvarende tidaflønnes, for ellers har sjakkene ikke incitament til at prioritere koordinationsindsatsen. Det reducerer, isoleret set, produktiviteten da entreprenøren nu ikke får gavn af akkordaflønnings incitament for sjakket til at yde en ekstra arbejdsindsats.

Entreprenøren kan imidlertid øge kontrollen med sjakkene for at sikre sig, at de prioriterer koordination med andre sjak højt nok. På den måde kan han fortsat akkordaflønne produktionsomfanget, og dermed få gavn af akkordaflønnings incitamenter for sjakket til at øge produktiviteten gennem en høj indsats. En sådan kontrol vil formentlig være besværlig og dyr at implementere for entreprenøren. En anden mulighed for entreprenøren er at bruge indirekte indikatorer, der siger noget om koordinationsomfanget. Fx kan ventetiden som sjakkene skriver på deres akkordseddel bruges som indikator for koordinationen. Et sjak med megen ventetid må således forventes at have lagt en lille indsats på koordination med andre sjak, for ellers ville de ikke opleve ventetid. Det er imidlertid svært at adskille ventetid som skyldes manglende koordination med andre sjak og ventetid, der skyldes faktorer som sjakkene ikke selv har herredømme over. Og den situation tilsiger igen, at koordinationsomfanget skal tidaflønnes<sup>18</sup>.

---

<sup>17</sup> Se grundprincipperne for aflønningsformer i tabel 2. Når produktionen er svært at observere eller ikke kan konkretiseres så let, er det optimalt for både sjak og entreprenør at tidaflønne.

<sup>18</sup> Se grundprincipperne for aflønningsformer i tabel 2. Når andre faktorer har indflydelse på resultatet er akkordaflønnning ikke optimalt. I de tilfælde bør man tidaflønne. Sjakket er nemlig bange for, at det ikke bliver aflønnet ordentligt hvis det rent faktisk har lagt en stor indsats, men at andre faktorer har reduceret resultatet af arbejdet og dermed dets løn. Og for entreprenøren giver det heller ingen mening at akkordaflønne sjakket når

En anden mulighed er at knytte indsatsen på selve produktionen tættere sammen med indsatsen på koordinationsdelen, således at en indsats på produktionsomfanget "automatisk" resulterer i mere koordination. Entreprenøren skal med andre ord forsøge at skabe sammenfald mellem indsatsen på de to arbejdsområder produktion og koordination. På den måde kan akkorden bibeholdes på produktionsomfanget, mens koordinationsdelen kan have en lavere akkord (eller aflønnes med tidløn). Sjakket vil nemlig ikke prioritere produktionsomfanget på bekostning af koordination da arbejdsindsatsen på koordination i sig selv fremmer produktionen. Det fører til højere produktivitet fordi entreprenøren nu kan fastholde akkordaflønnning på selve sjakkets produktion. Entreprenøren kan skabe sammenfald mellem indsatserne på mængde og koordinationsdimensionerne ved at lade et *multisjak*<sup>19</sup> løse de samme opgaver, som flere specialiserede sjak tidligere løste. Dermed får multisjakket incitament til at koordinere mellem de forskellige fagområder for ellers går det ud over mængdedimensionen, der er akkordaflønnnet. Under de rette omstændigheder vil det resultere i højere produktivitet, jf. boks 4.

#### **Boks 4. Eksempel på vellykket multisjak.**

Et forsøg med multisjak blev gennemført i forbindelse med en totalreovering af en etageejendom i København. Der blev oprettet tre multisjak, et svampesjak, et tagsjak og et byggepladssjak med tømrere, murere og blikkenslagere. Arbejdet blev udført på akkord og det var det enkelte sjak der modtog akkorden. Således var akkordlønnen pr. time den samme for alle multisjakkets deltagere.

Samarbejdet mellem håndværkerne inden for multisjakket forløb særdeles tilfredsstillende. Der var en udpræget grad af "holdånd" således at alle hjalp hinanden uanset faggruppe. Resultaterne på bundlinjen udeblev heller ikke. Tidsbesparelserne på de forskellige multisjak var på mellem ca. 20-35 pct. og lønbesparelsen udgjorde omkring 10 pct. Det vil sige at entreprenøren sparede lønudgifter samtidig med at sjakkens timeløn steg betydeligt. Endelig var der betydeligt færre fejl og mindre omarbejde end normalt.

Kilde: Boligministeriet (1997)

En række forhold skal dog være til stede for, at multisjak er en bedre løsning end at få opgaven løst af flere fagopdelte sjak. Vigtigst er det, at entreprenøren kan skabe sammenfald mellem arbejdsindsatsen på de dimensioner entreprenøren ønsker at fremme, her produktionsomfang og koordination. Det forudsætter, at de fagopdelte sjaks oprindelige arbejdsopgaver er tæt knyttet sammen, fx hvis det ene sjak løser sin opgave før det andet sjak som så skal arbejde videre med det udgangspunkt. Hvis det ikke er tilfældet skaber multisjak ikke de rette incitament til koordination, da det enkelte sjak ikke har fordel af koordinationen som middel til at producere mere på den akkordaflønnede dimension. I de situationer kan det bedre betale sig for entreprenøren at lade de fagopdelte sjak udføre hver deres opgave og fokusere mindre på koordination mellem sjakkene.

---

omfanget af produktionen ikke nødvendigvis skyldes sjakkets indsatsniveau. Samtidig bliver det for dyrt med akkordaflønnning for entreprenøren, hvis det ikke modsvares af incitament til høj arbejdsindsats og dermed høj produktivitet fra sjakkets side, hvilket det netop ikke gør.

<sup>19</sup> Et sjak med håndværkere fra forskellige faggrupper.

## Referencer

- Boligministeriet (1997), Multisjak i byfornyelsen, projekt renovering, Boligministeriet og Bygge- og Boligstyrelsen, <http://www.ebst.dk/file/1486/multisjak.pdf>.
- By- og boligministeriet og Erhvervsfremmestyrelsen (2000), Byggeriets fremtid – fra tradition til innovation, Buchs Grafiske A/S. Kan hentes på <http://www.ebst.dk/byggeriet/15141/20>
- By og Byg Resultater 011 (2001), Murerfagets udvikling – barrierer og muligheder, By og Byg Statens Byggeforskningsinstitut.
- IPU (2004), Præstationsløn som element i værdikædeoptimering i byggebranchen, Institutet for Produktudvikling (IPU) på Danmarks Tekniske Universitet for Erhvervs- og Boligstyrelsen.
- Overgaard, Per Baltzer (2004), Teknisk bilag: Incitament, kontrakter og organisation, Professor på Århus Universitet og Partner i Copenhagen Economics.
- Specialstatistik (2002), DA's lønstatistik – Specialstatistik 2002 for bygge- og anlægssektoren, udarbejdet for Dansk byggeri ([www.danskbyggeri.dk](http://www.danskbyggeri.dk)), København.
- Økonomi- og Erhvervsministeriet (2003), Vækstredøgørelse 03 – analyser, december 2003, i serien Vækst med vilje, [www.oem.dk](http://www.oem.dk).

## Appendiks 1: Ansættelsesvilkår og indtjening i bygge- og anlægssektoren

Dette kapitel giver en status over udbredelsen af akkordsystemet i Danmark og andre lande, samt den danske bygge- og anlægssektors indtjening sammenlignet med andre brancher. Oplysningerne kommer primært fra DA's lønstatistik – Specialstatistikken og fra Danmarks Statistiks Statistikbanken.

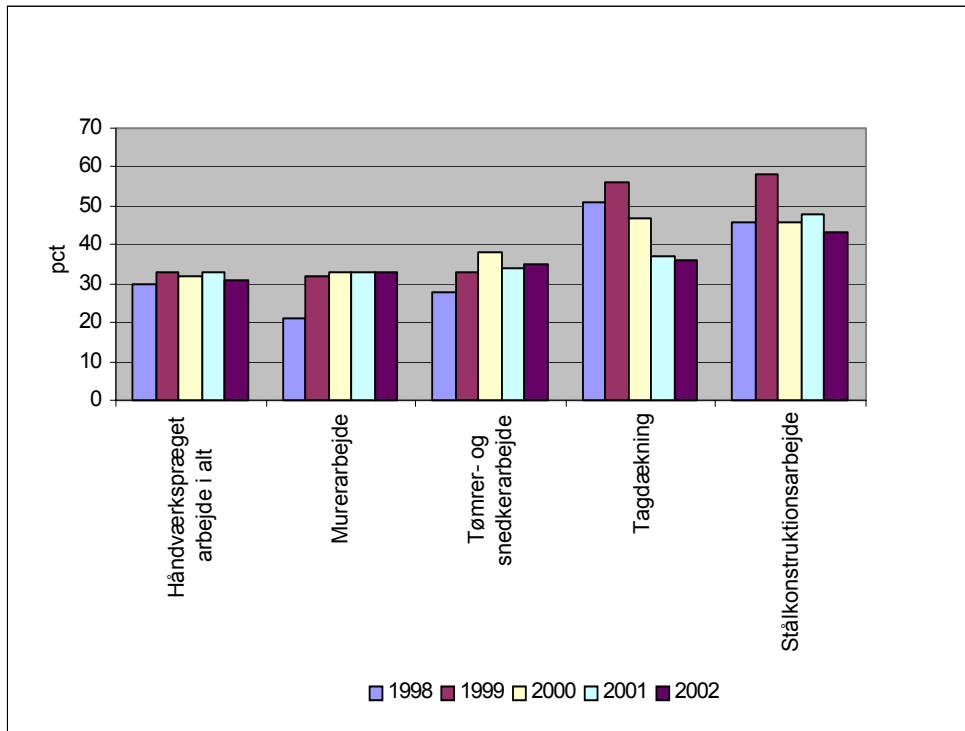
**Tabel a. Løn og akkordpct. fordelt på arbejdsfunktioner, 2002**

Arbejdsfunktioner	Tidløn (kr./time)	Akkordløn (kr./time)	Akkordpct.
Håndværkspræget arbejde i alt	139,33	170,5	31
Murerarbejde	145,79	177,75	33
Brolægningsarbejde	135,37	140,41	33
Tømrer- og snedkerarbejde	137,02	172,56	35
Opsætning og nedtagning af stilladser	168,72	192,32	42
Tagdækning	135,88	177,15	36
Gulvlægning inkl. vedligeholdelse	130,83	183,04	33
Bygningsmaler- og tapetsererarbejde	130,63	153,55	40
Svejsarbejde	146,06	197,63	44
Stålkonstruktionsarbejde	143,93	183,91	43
Mek.arb., entreprenørmaskiner	144,83	178,32	12
<b>Træindustriarbejde</b>			
Proces- og maskinoperatørarbejde i alt	123,48	143,07	11
Mineral- og stenbrudsarbejde	132,77	144,15	30
Betjen. af træindustrimaskiner	117	.	.
Renovationschauffører	.	.	.
Lastbilchauffører	116	.	.
Entreprenørmaskinarbejde	123,01	140,29	6
Andet arbejde i alt	127,69	155,69	36
Asfaltvejarbejde	118,41	.	.
Kabelarbejde	113,71	144,5	31
Jord-, kloak- og andet anlægsarbejde	124,22	152,66	16
Medhjælp ved murerarbejde	143,49	168,35	23
Beton-, jernbeton- og montagearbejde	141,11	161,15	64
Medhjælp ved andet bygningsarbejde	125,43	147,64	46
Industriarbejde, pakkearb. (manuelt)	120,81	143,94	18
Lager- og pakhusarbejde	125,46	.	.
<b>Vægtet gennemsnit af alle ovenstående</b>	<b>134,25</b>	<b>164,66</b>	<b>30</b>

Kilde: Specialstatistik 2002.

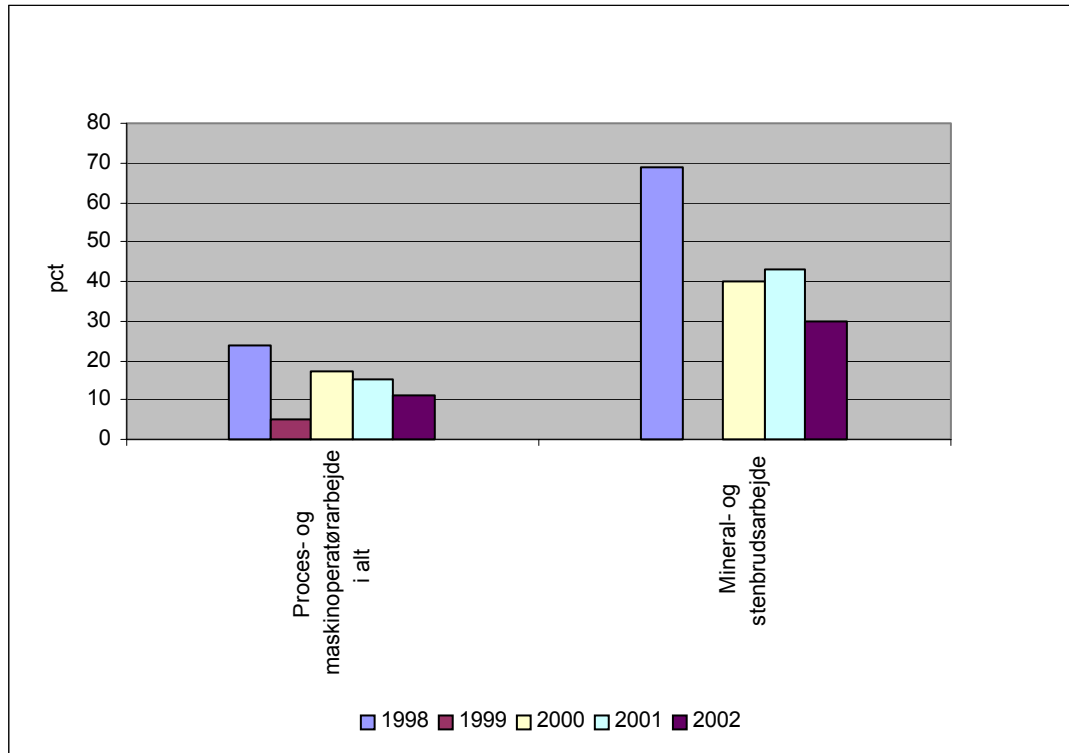


Figur 1: Udvikling i akkordpct. – Håndværkspræget arbejde

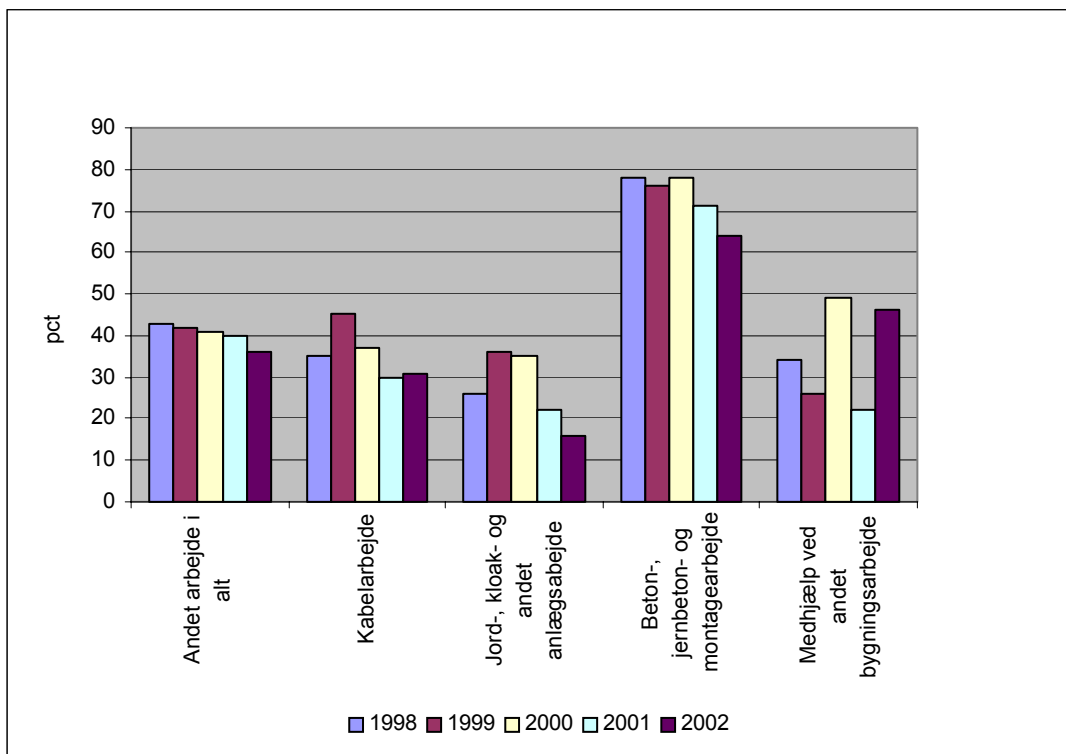


Kilde: Diverse årgange af Specialstatistikken, DA

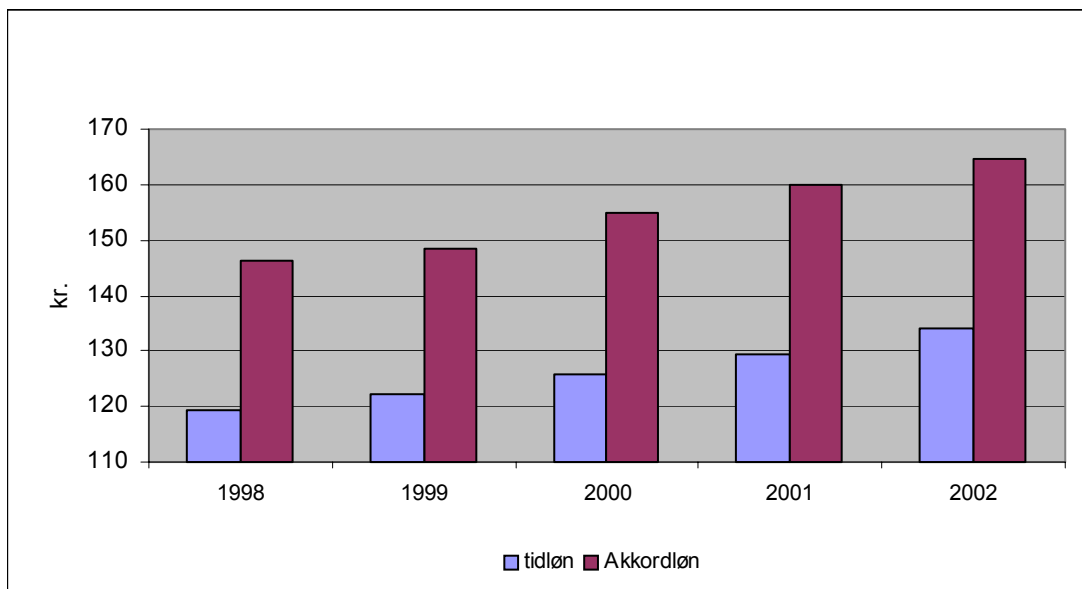
Figur 2: Akkordpct. - Proces- og maskinoperatørarbejde



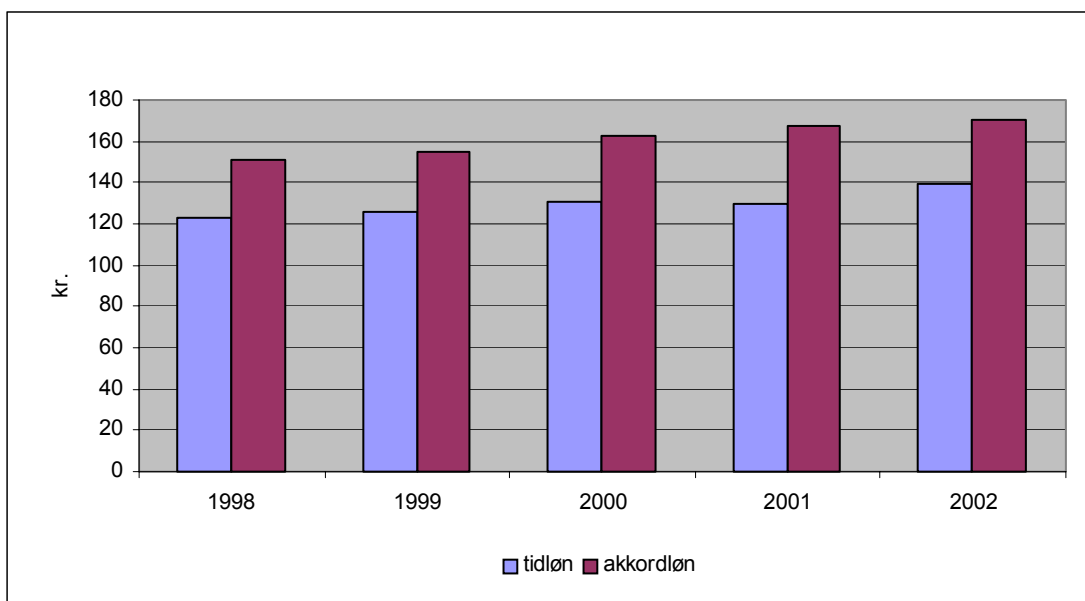
Figur 3: Akkordpct. - Andet arbejde



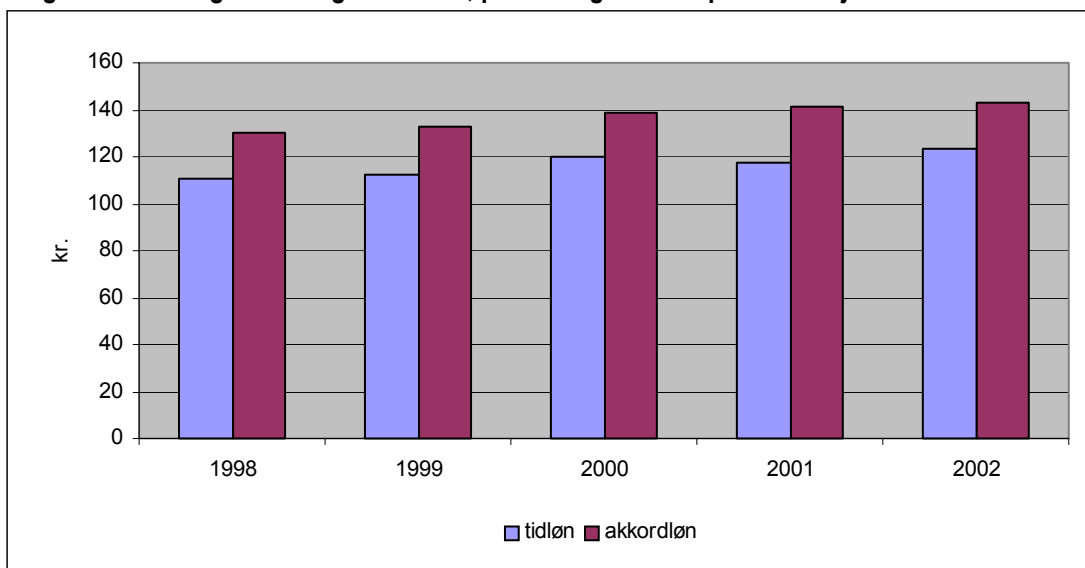
Figur 4: Udvikling i tidløn og akkordløn, branchegennemsnit



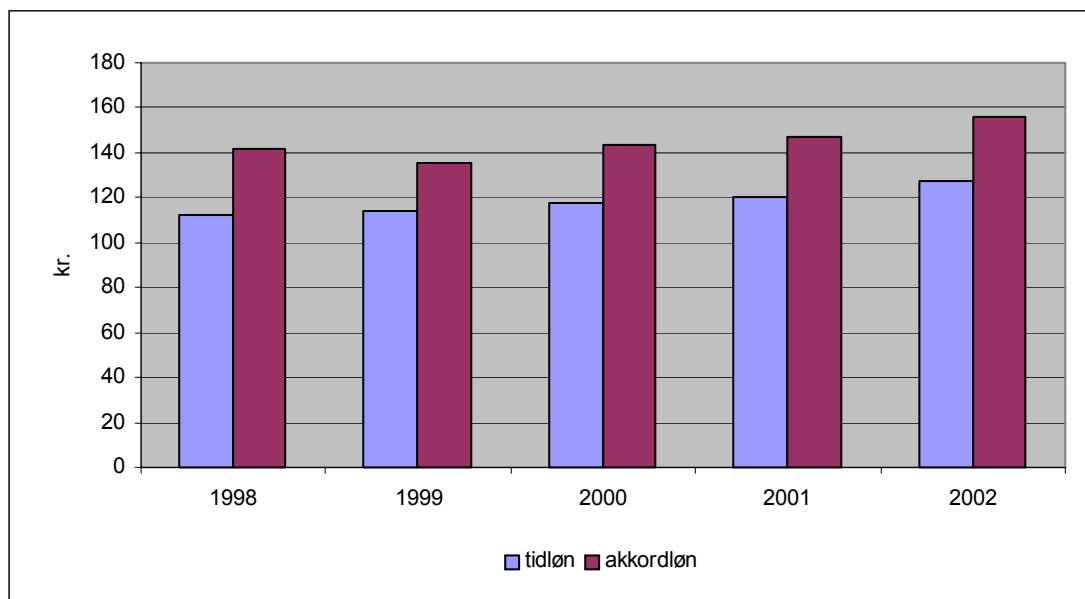
**Figur 5: Udvikling i tidløn og akkordløn, håndværkspræget arbejde**



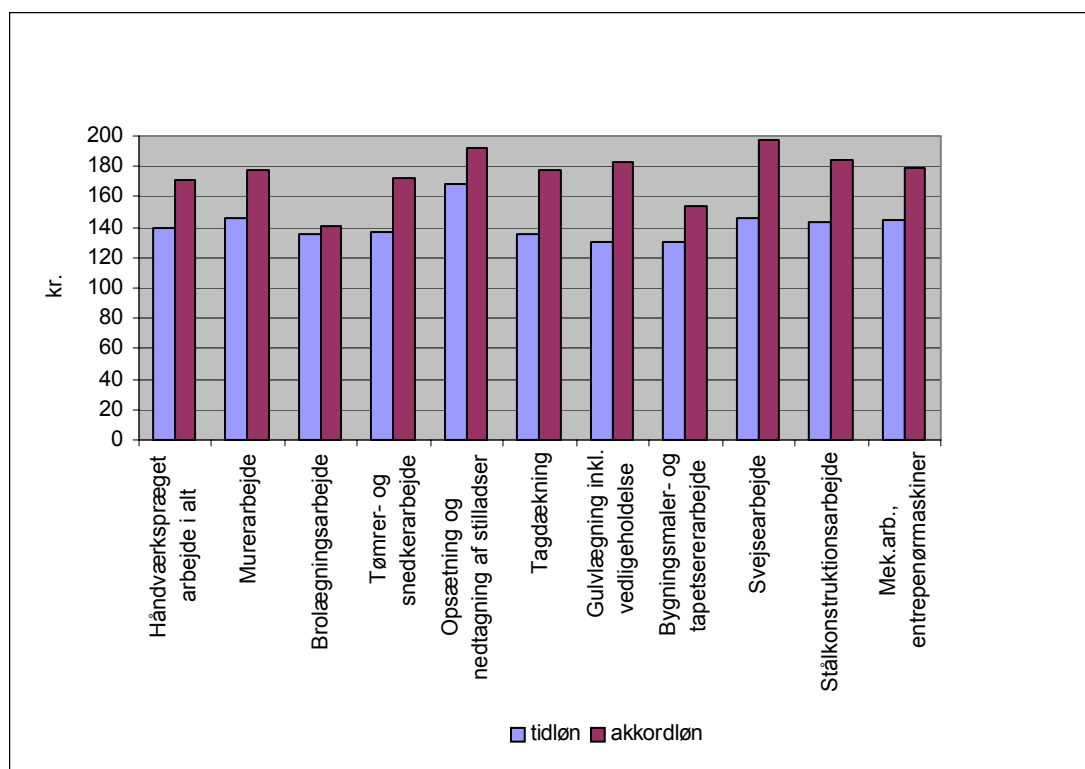
**Figur 6: Udvikling i tidløn og akkordløn, proces- og maskinoperatørarbejde**



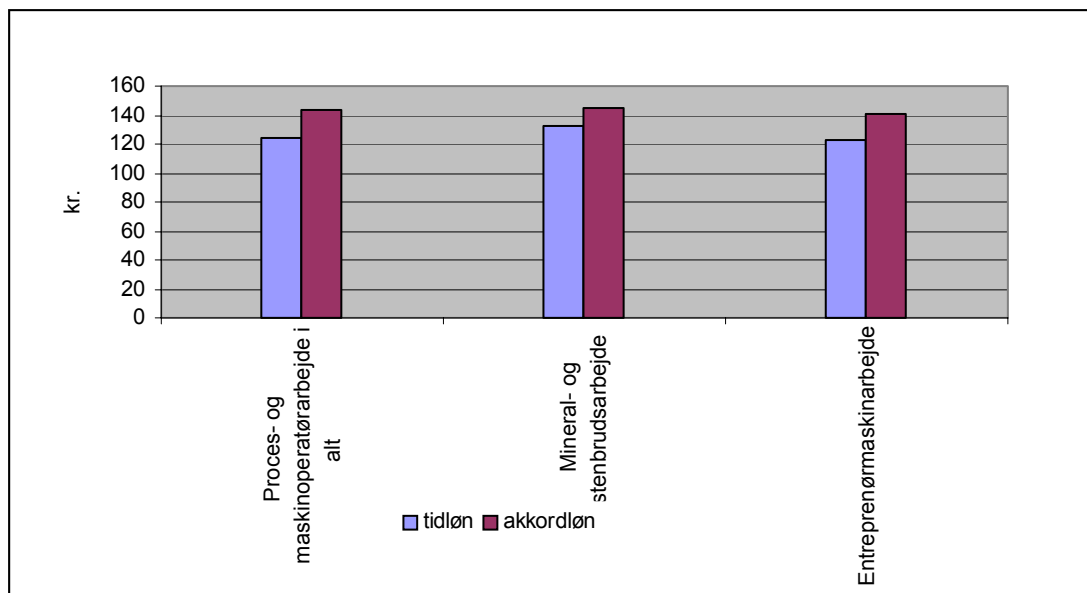
Figur 7: Udvikling i tidløn og akkordløn, andet arbejde



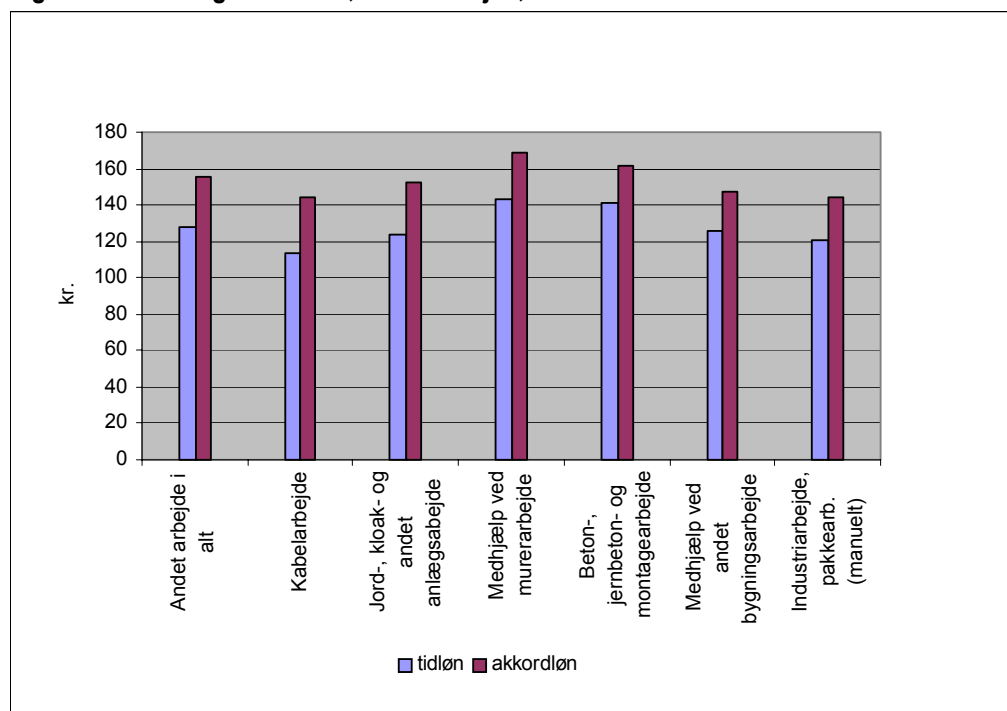
Figur 8: Tidløn og akkordløn, håndværkspræget arbejde, 2002



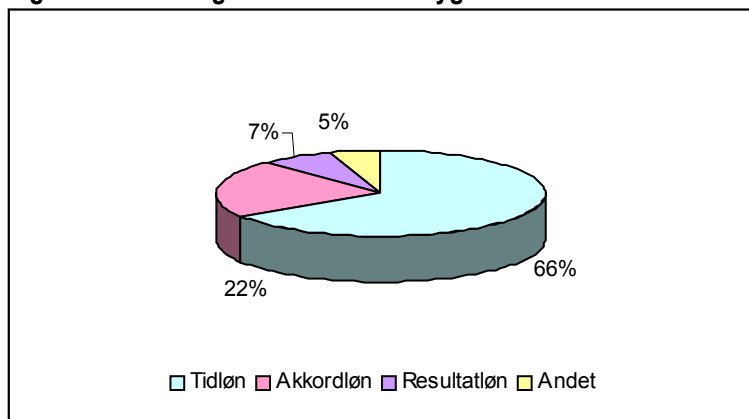
Figur 9: Tidløn og akkordløn, proces- og maskinoperatør arbejde, 2002



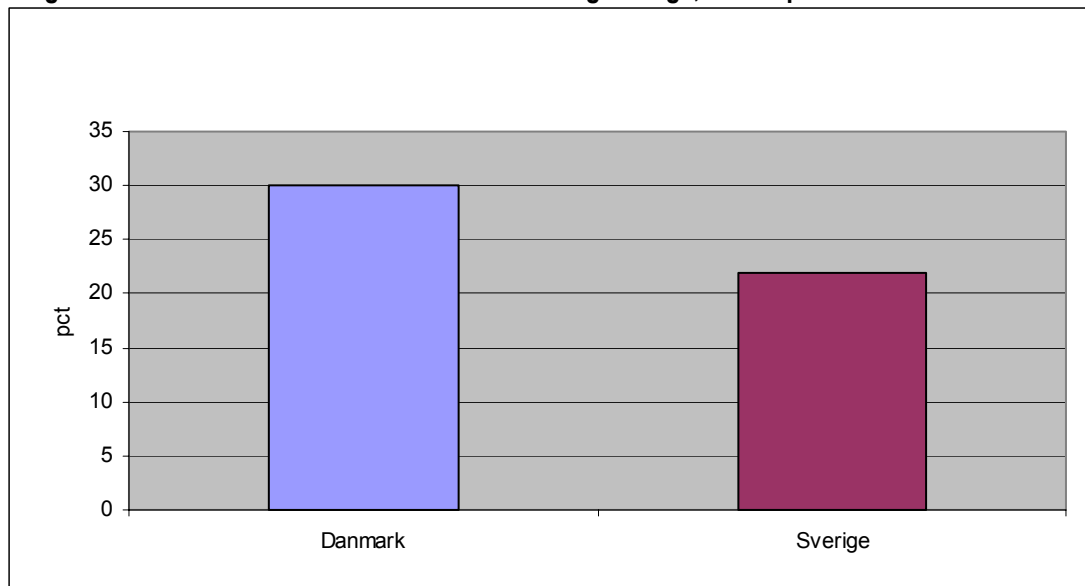
Figur 10: Tidløn og akkordløn, andet arbejde, 2002



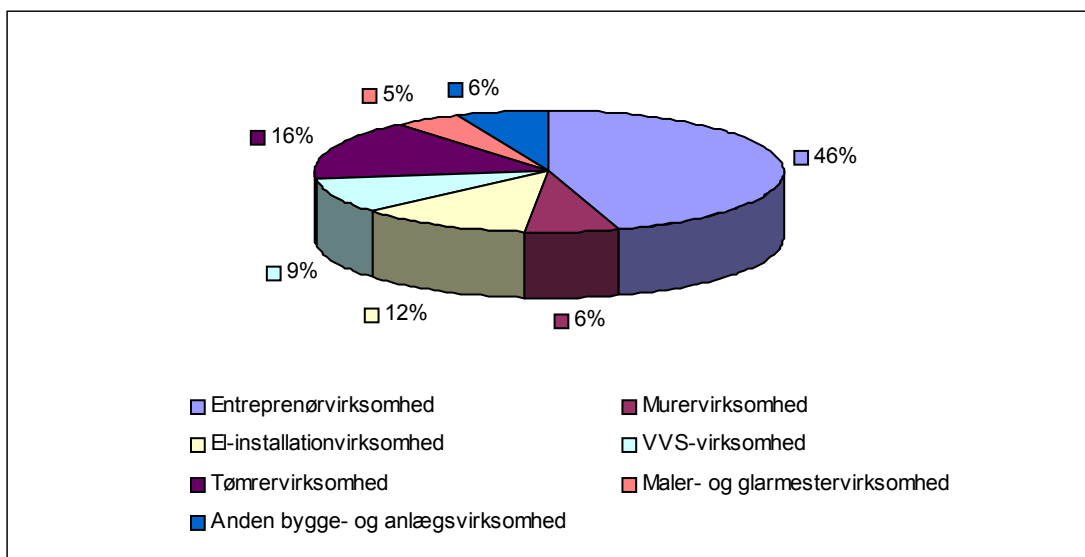
**Figur 11: Fordeling af lønformer for Bygnads medlemmer 2002**



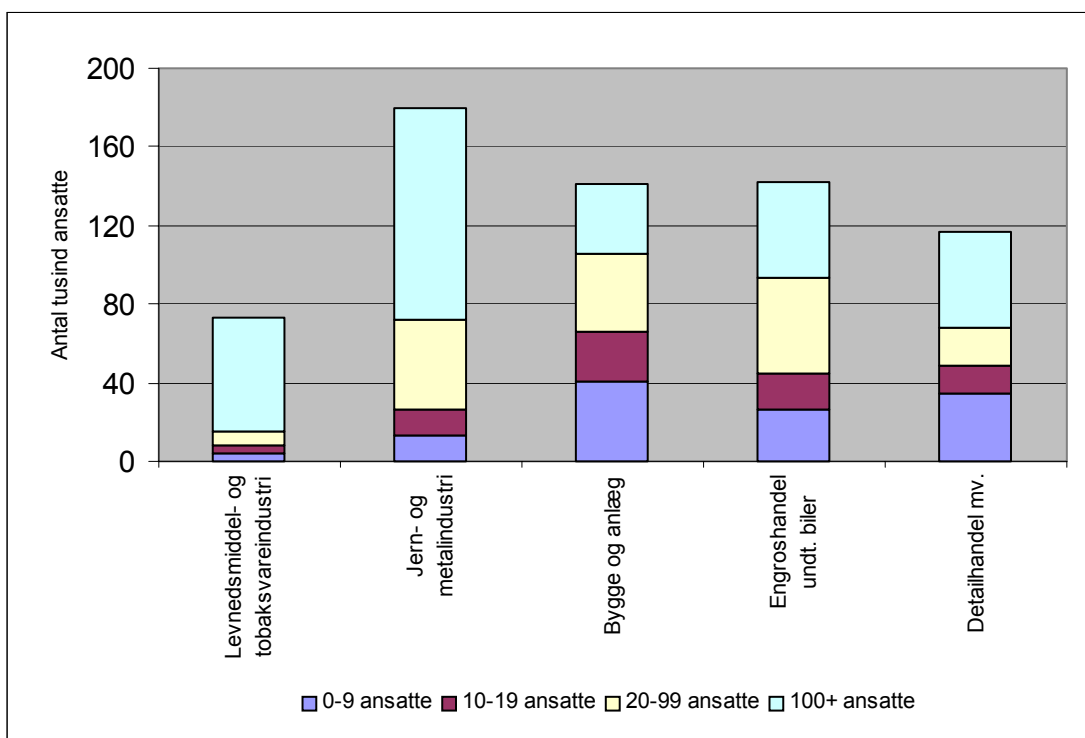
**Figur 12: Akkordlønnsens udbredelse i Danmark og Sverige, akkordpct..**



Figur 13: Omsætningen i byggesektoren fordelt på erhverv

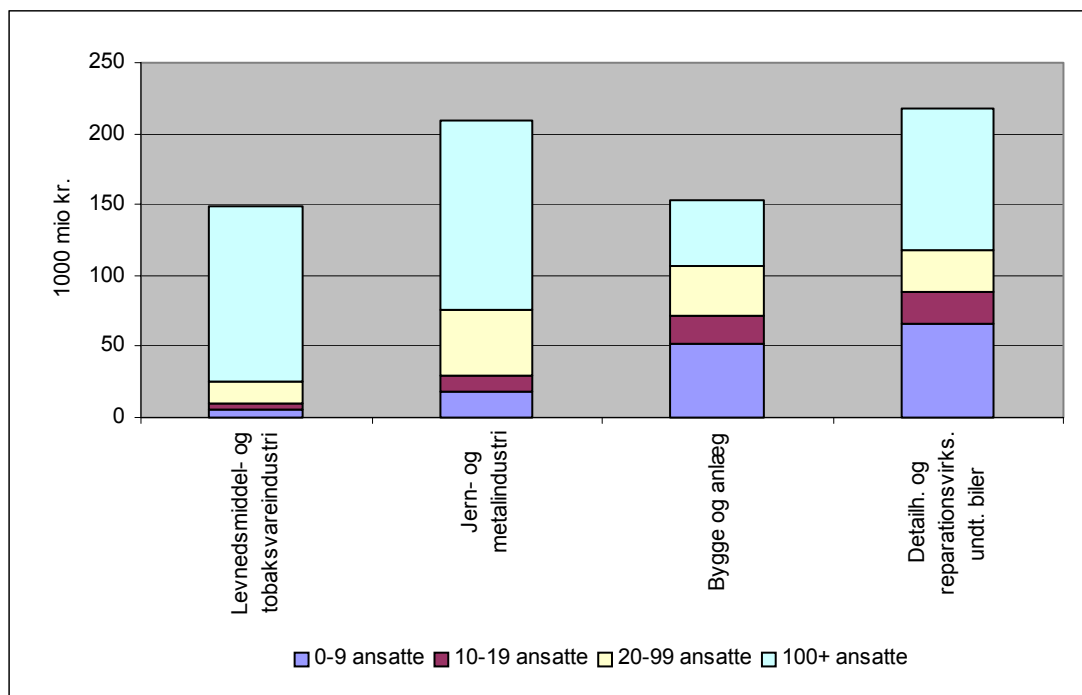


Figur 14: virksomheder fordelt på antal ansatte i forskellige erhverv

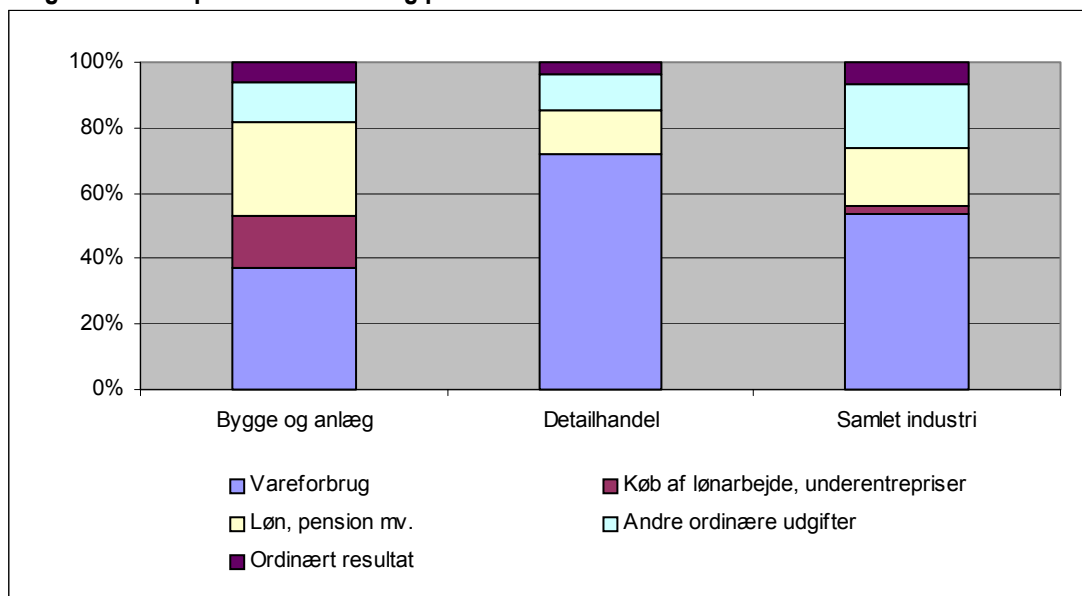




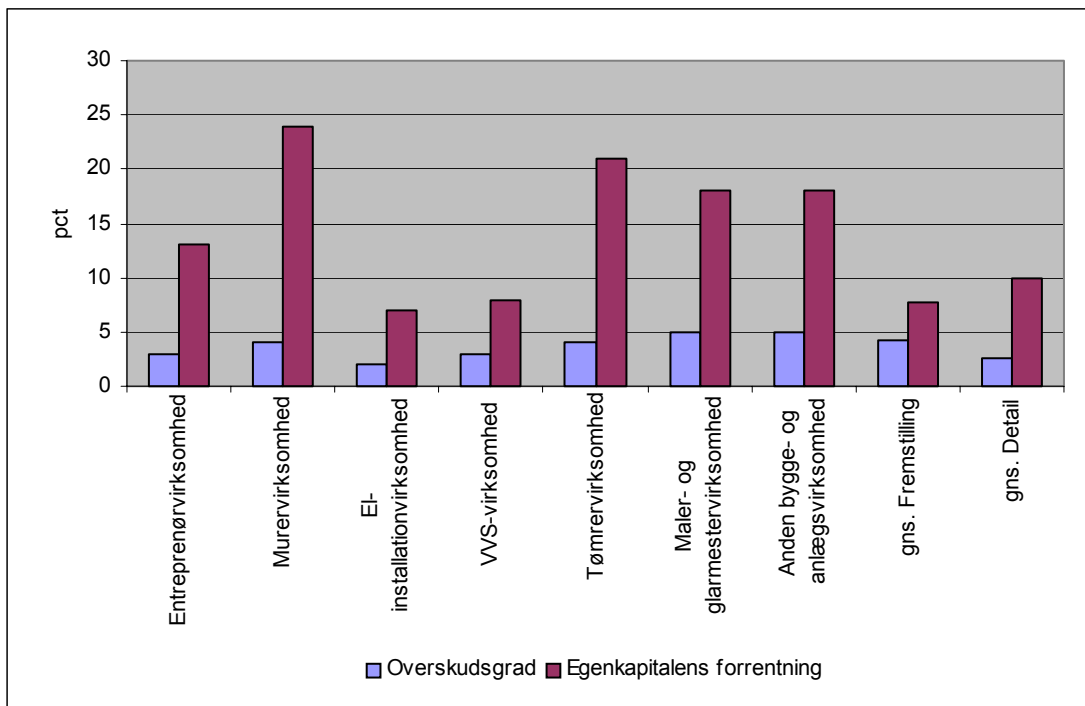
**Figur 15: Omsætningens fordeling på virksomhedsstørrelse**



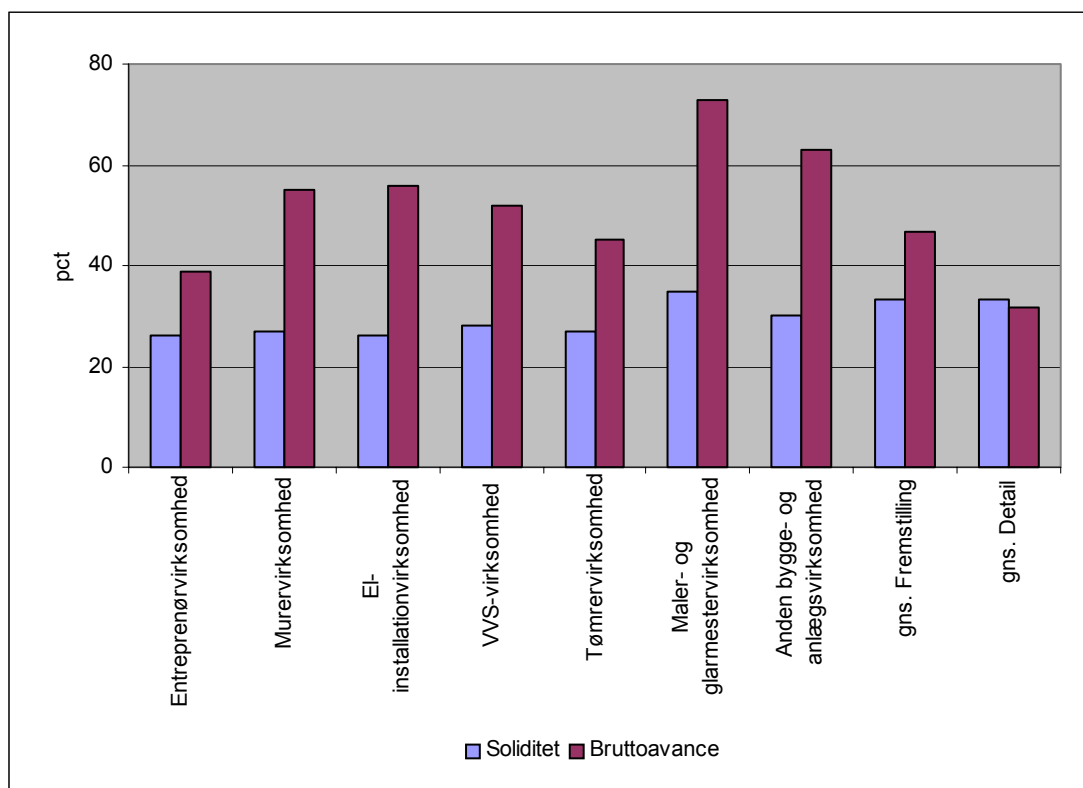
**Figur 16: Driftsposternes fordeling på hovederhverv**



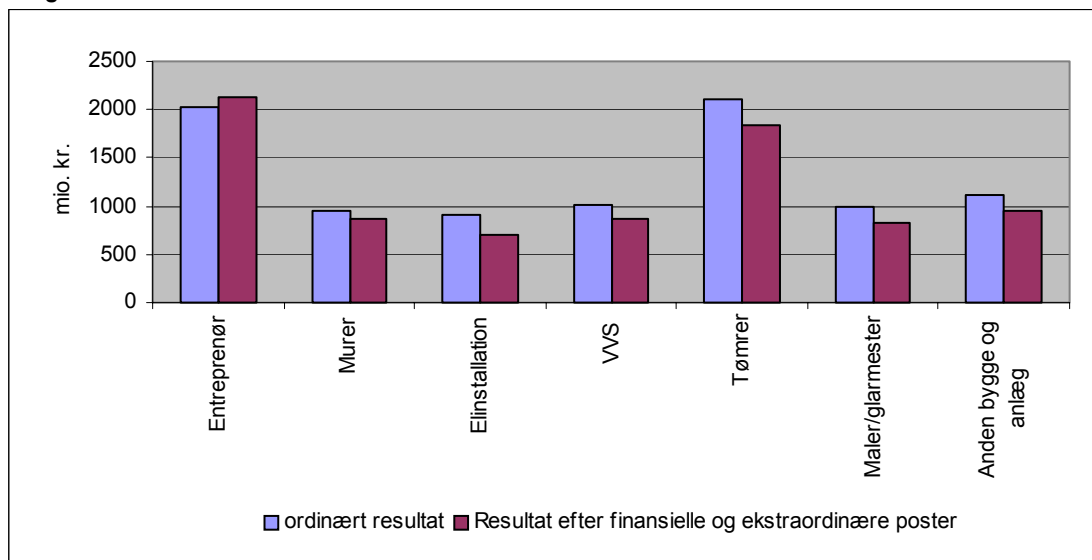
Figur 17: Nøgletal på rentabiliteten



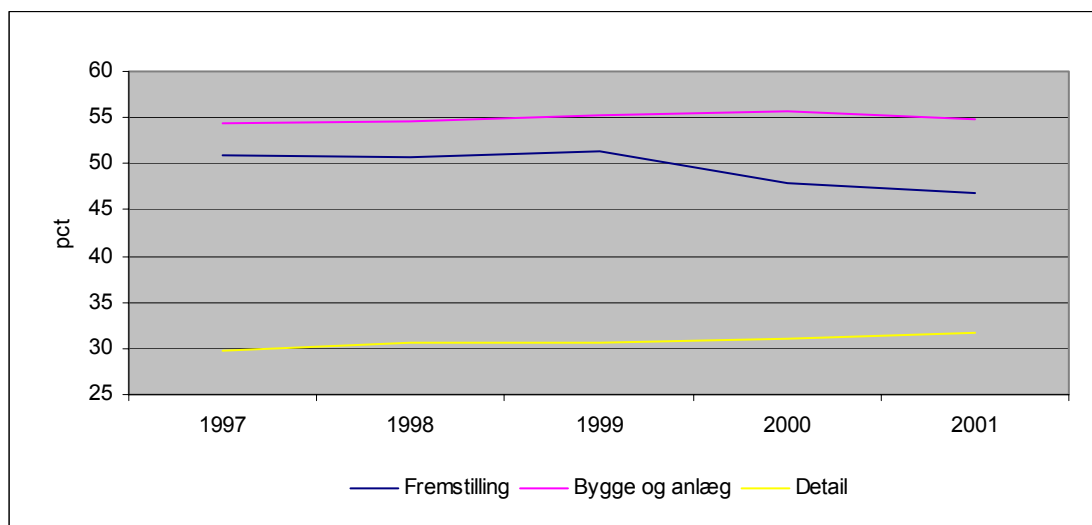
Figur 18: Nøgletal på indtjenings- og betalingsevne



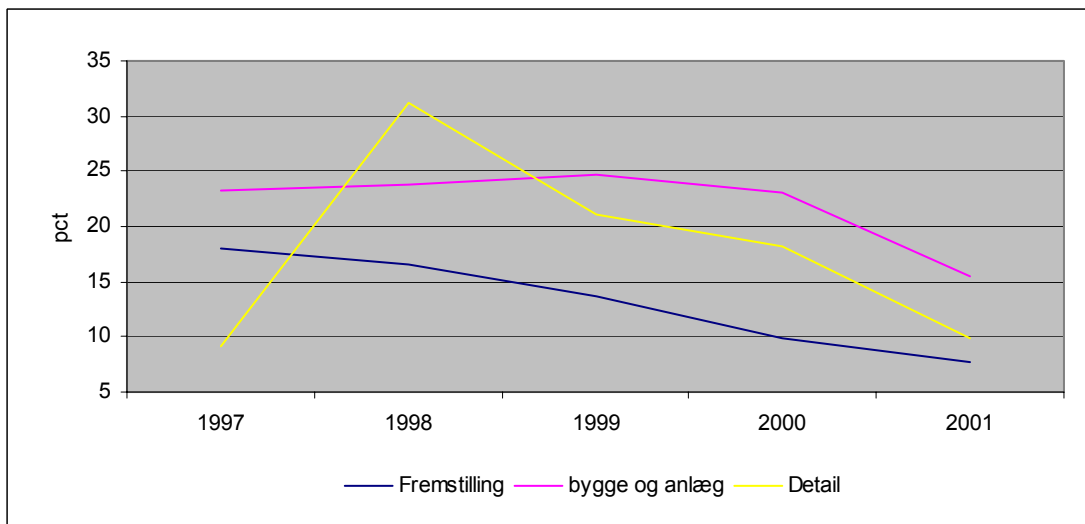
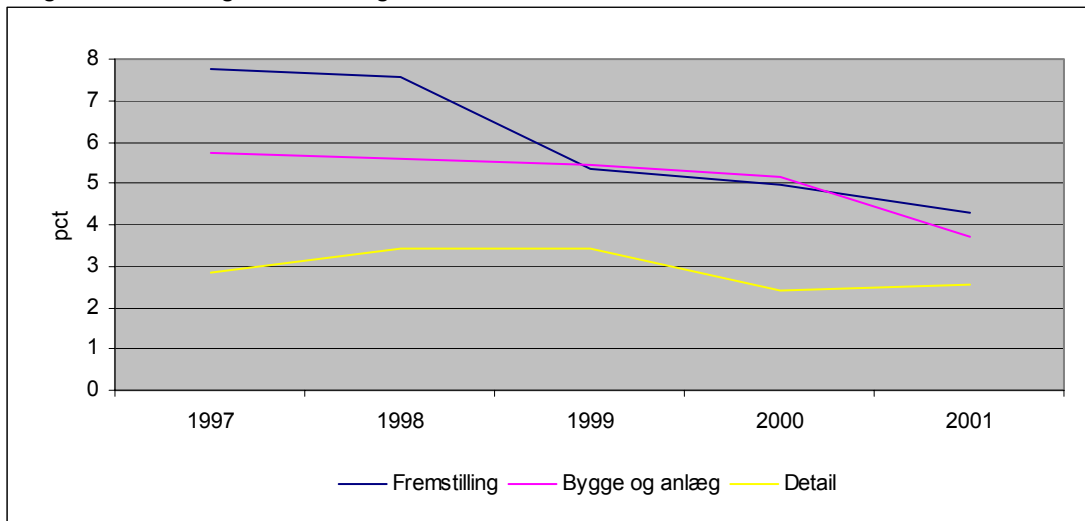
Figur 19: Resultater



Figur 20: Udvikling i bruttoavance

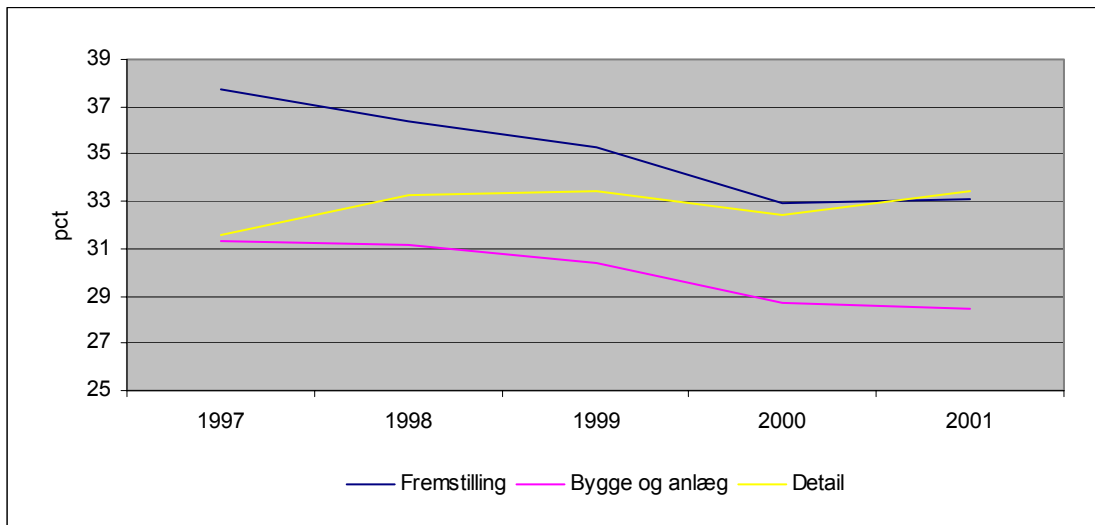


Figur 21: udvikling i overskudsgrad



Figur 22: Udvikling i egenkapitalens forrentning

**Figur 23: Udvikling i soliditet**



## Appendiks 2: Beskrivelse af database til mikroanalyser

I rapporten præsenterer vi en række analyser med udgangspunkt i en unik mikrodatabase opbygget til formålet. Databasen består af oplysninger om de bygge- og anlægsvirksomheder i Danmark som har timelønsansatte og som indberetter til Dansk Arbejdsgiverforening. Timelønsansatte er yderligere opdelt på akkordafløjning og tidafløjning.

Det unikke er, at vi har oplysninger om hvor mange timer over året den enkelte timelønsansatte aflønnes med henholdsvis akkordløn og tidløn. Samtidig med, at vi har oplysninger om i hvilken virksomhed den enkelte arbejder. Det giver os mulighed for at koble virksomhedsoplysninger (regnskabsoplysninger) med personoplysningerne om fx akkord. Dermed kan vi analysere sammenhænge mellem virksomhedens performance og dens brug af akkordafløjning. Databasen indeholder kun oplysninger om timelønsansatte i virksomhederne.

Oplysningerne om aflønningsformen (akkordafløjning eller tidafløjning) stammer fra Dansk Arbejdsgiverforening (DA) og Dansk byggeri. Et udsnit af oplysningerne præsenteres i aggregeret form i "DA lønstatistik, Specialstatistik Bygge- og anlægssektoren". Personoplysningerne dækker 1998-2002 og foreligger for godt 30.000 personer hvert år. Det svarer til ca. 2/3 af samtlige personer. Om de resterende personer er der ikke indberettet personoplysninger, det vil sige ingen oplysninger om akkord- og tidlønsomfang.

DA har også leveret oplysninger om i hvilke virksomheder personerne er ansat. Der er tale om ca. 4.000 virksomheder om året, men mange af disse indberetter ikke medarbejdernes lønoplysninger. Vi ved derfor ikke, om disse medarbejdere er akkord- eller tidafløjnet og de, og deres virksomheder indgår derfor ikke i analyserne. Derfor analyserer vi væsentligt færre virksomheder end de 4.000. Derefter har Danmarks Statistik (DST) leveret oplysninger om virksomhedernes omsætning, kapitalapparat osv. Og DST har endvidere sørget for oplysninger om de ansattes ledighedsperioder og kursusaktivitet. DST har foretaget selve koblingen mellem DA og DST-oplysningerne, og databasen ligger på DST's forskermaskine som Copenhagen Economics har bearbejdet i regi af DST's forskerordning.

Tabel A1 – tabel a3 indeholder en komplet oversigt over databasens oplysninger på person- og virksomhedsniveau, hvor det også fremgår at databasen løber over flere år.

**Tabel A1. Personoplysninger om akkordafløjning mv. fra DA, 1998-2002.**

Antal akkordtimer i forhold til samtlige præsterede timer
Alder
Arbejdsfunktion
Lønperiodens start
Akkordløntimer
Tidløns-timer
Smalfortjeneste ekskl. pension (ører)
Smalfortjeneste inkl. pension(ører)
almindelige lønmodtagere=1
Lønperiodens slutning
Antal års ansættelse i det specifikke job
Fastlønnen eller timelønnen
Antal års ansættelse i virksomheden
Ansættelsesvilkår
ansættelsestidspunkt i virksomheden
Fortjeneste ekskl. gene (ører)
Aflønningsform
Aflønningsperiode
Akkordlønsom i forhold til akkordløntimer
Tidlønsom i forhold til tidløntimer

Note: Oplysningerne er for samtlige Bygge- og anlægsvirksomheder. Imidlertid indberetter kun 2/3 af virksomhederne informationer om fordelingen af de ansattes akkord- og tidafløjning og kun de virksomheder bruges i beregninger hvor akkordprocenten indgår. DA vurderer, at virksomhederne der ikke er systematisk er ingen systematisk

**Tabel A2. Virksomhedsoplysninger fra DST's Firmastatistik, 1999-2001.**

Balancesum
Branche
Løn, pension mv.
Omsætning
Ophørsdato for firma
Startdato for firma
Virksomhedsform
Værditilvækst

**Table A3. Virksomhedsoplysninger fra DST's Regnskabsstatistik, 1999-2001.**

Andre anlæg, driftsmateriel og inventar
Årets resultat
Årsværk
Anlægsaktiver i alt
Anden kortfristet gæld
Tekniske anlæg og maskiner
Tilgang i alt
Ingen label
Forøgelse (+) / formindskelse (-) af lagre
Tekniske anlæg og maskiner (driftsmidler)
Egenkapital ultimo
Finansielle anlægsaktiver i alt
Fast ejendom i alt (tilgang)
Grunde og bygninger
Immaterielle anlægsaktiver i alt
Journaliseringskode
Konsolidering, det vil sige overførsel til (+) eller fra (-) egenkapitalen
Køb af energi
Kortfristet gæld til leverandører
Køb af lønarbejde og underentrepriser
Køb af råvarer, hjælpematerialer, færdigvarer og emballage
Lønninger og gager
Langfristet gæld til leverandører
Materielle anlægsaktiver i alt
Omsætning
Passiver i alt
Resultat før finansielle og ekstraordinære poster
Andre anlæg, driftsmat. og inventar (tilgang)
Immaterielle anlægsaktiver (tilgang)

I rapporten indgår værditilvækst, kapitalapparat og antal årsværk flere steder. Værditilvæksten er beregnet som:

$$\text{Værditilvækst} = \text{omsætning} - \text{køb af råvarer} \\ - \text{forøgelse af varelager} - \text{køb af energi} - \text{køb af lønarbejde}$$

Det samlede kapitalapparat er anlægsaktiver i alt, mens antal årsværk er antal fuldtidsbeskæftigede i virksomheden, hvilket inkluderer både timelønnede, funktionærer osv.



# Teknisk bilag: Incitament, kontrakter og organisation

Per Baltzer Overgaard, Professor, Ph.D.

Partner

Copenhagen Economics  
Nyropsgade 13, 1  
1602 København V

pbo@copenhageneconomics.com  
www.copenhageneconomics.com

1. version, marts 2004  
Denne version, 25. maj 2004

## Abstract

Denne note præsenterer en række hovedresultater fra den økonomiske faglitteratur vedrørende incitamentskontrakter og organisationsform, d.v.s. vedrørende det såkaldte *principal-agent-problem* og beslægtede emner. Først beskrives det fundamentale principal-agent-problem og hovedprincipperne bag optimalt kontraktdesign. Dette tager afsæt i at kontrakten skal afspejle en hensigtsmæssigt afvejning af incitamentsskabelse og risikodeling. Dernæst præsenteres en serie udvidelser af den statiske model, herunder bench-marking, konkurrence, overvågning, multi-tasking og job-design. Endvidere fokuseres på dynamiske aspekter af kontraktdesign og de hermed forbundne problemer afledt af genforhandling og eskalerende standarder. Endelig inddrages parternes incitament til at investere i relationsspecifikke, produktivitetsfremmende aktiver.

## Contents

1	Introduktion . . . . .	3
2	Basismodel: Principal-Agent-problemet . . . . .	4
2.1	Relationen mellem principal og agent . . . . .	4
2.2	Parternes interesser . . . . .	5
3	Fuld information . . . . .	7
4	Imperfekt information og incitamentskontrakter . . . . .	7
4.1	Generelt . . . . .	8
4.1.1	Endelig model . . . . .	8
4.1.2	Kontinuum-model . . . . .	11
4.1.3	Diskussion . . . . .	13
4.2	Specialisering . . . . .	13
4.2.1	Agentens problem . . . . .	15
4.2.2	Principalens problem . . . . .	16
4.2.3	Optimal incitamentsintensitet . . . . .	18
4.2.4	To-sidet risiko-aversion . . . . .	20
5	Udvidelser af den statiske model . . . . .	24
5.1	Multiple signaler . . . . .	24
5.1.1	<i>Bench-marking</i> . . . . .	27
5.1.2	Flere agenter . . . . .	29
5.2	Overvågning og incitamentsintensitet . . . . .	33
5.3	Flere dimensioner . . . . .	34
5.3.1	<i>Multi-tasking</i> , substitutabilitet og komplementaritet . . . . .	35
5.3.2	<i>Task assignment</i> og <i>job design</i> . . . . .	40
6	Dynamik, troværdighed og investeringer . . . . .	46
6.1	<i>Ratchet effects</i> og konflikt mellem statisk og dynamisk efficiens . . . . .	47
6.2	Produktivitetsfremmende investeringer . . . . .	54
6.2.1	Aktivspecifitet og <i>hold-up</i> . . . . .	55
6.2.2	Parternes investeringer . . . . .	55
7	Konklusion . . . . .	58
8	Referencer . . . . .	60
9	Appendix . . . . .	62
9.1	Appendix A ( <i>The first-order approach</i> ) . . . . .	62
9.2	Appendix B (En vinterhistorie i tre dele) . . . . .	65
9.2.1	Del I: Overinvestering . . . . .	65
9.2.2	Del II: Mulig underinvestering . . . . .	67
9.2.3	Del III: Konflikt vedr. mængde og kvalitet . . . . .	68

## 1. Introduktion

Formålet med nærværende note er at præsentere en modelreferenceramme, der kan danne baggrund for en diskussion af forskellige kontrakt- og organisationsformer i byggeriet.<sup>1</sup> Focus er begrænset til at studere sammenhængen mellem kontrakt- eller organisationsform og incitamenter. Incitamenter refererer til forskellige relationsparters incitamenter til at yde indsats og/eller investere.

Det fundamentale *incitamentsproblem* kan beskrives således: En arbejdsgiver (i det følgende benævnt *principalen* eller blot *P*) engagerer en arbejdstager (i det følgende benævnt *agenten* eller blot *A*) til at udføre en opgave.<sup>2</sup> Dette kan synes enkelt: *P* kan blot detaljeret beskrive opgaven og derpå instruere *A* om at udføre denne. Kontrakten mellem *P* og *A* kompletteres så ved at specificere en given betaling til *A*, der udbetales, når opgaven er fuldført i henhold til specifikationerne. Den praktiske virkelighed er naturligvis ofte noget mere kompliceret, og det er denne virkelighed, vi ønsker at analysere. Der er flere problemer, kontrakten mellem *P* og *A* skal adressere. For det *første* kan det være praktisk umuligt for *P* på forhånd at beskrive alle relevante detaljer i forbindelse med opgaven. For det *andet* kan det være praktisk umuligt at skrive alle relevante detaljer ind i en kontrakt på en sådan måde, at kontrakten i tilfælde af en tvist kan håndhæves af trediepart. Disse første to problemer betyder, at kontrakter i praksis er *ufuldstændige* og efterlader *A* med en vis *diskretion* vedrørende opgavens udførelse. For det *tredie* kan det være praktisk umuligt for *A* at leve op til en meget detaljeret specifikation af opgaven. Dette kan være tilfældet, hvis resultatet af *As* indsats påvirkes af *usikre faktorer uden for As kontrol*. For det *fjerde* kan det være praktisk umuligt for *P* at *måle* eller *overvåge* *As* indsats med en høj grad af præcision.

De fire problemer vedrørende kontraktering, usikkerhed og overvågning giver ikke anledning til nævneværdige incitamentsproblemer, hvis *P* og *A* har helt sammenfaldende målsætninger. Hvis både *P* og *A* har som *eneste* og *fælles* målsætning at maksimere *Ps* indtjening, da er der ikke de store *incitamentsproblemer* forbundet med at uddelegere opgaver fra *P* til *A*.<sup>3</sup> Er *P* f.eks. en virksomheds aktionærer (forstået som generalforsamling eller bestyrelse), og er opgaven, der tænkes uddelegeret til *A*, posten som administrerende direktør, da er der vel næppe de store incitamentsproblemer, hvis *A*

---

<sup>1</sup>Modellen er naturligvis ikke begrænset til denne specifikke sektor og vil uden videre kunne danne baggrund for generel diskussion af kontrakter, organisation og incitamenter.

<sup>2</sup>Bemærk allerede her, at arbejdsgiver og arbejdstager skal forstås ret bredt. Der kan være tale om, at en virksomhed ansætter en medarbejder. Der kan være tale om, at en virksomhed som led i et projekt engagerer en anden virksomhed som underleverandør. Der kan være tale om, at en husholdning eller privatindivid engagerer en virksomhed til at udføre en opgave. Modellen skal således være generel og fleksibel nok til at håndtere alle disse scenarier.

<sup>3</sup>Der kan naturligvis være andre problemer forbundet med at uddelegere en given opgave til *A* på trods af, at *A* har samme målsætning som *P*. F.eks. skal *A* vel typisk besidde de basale kompetencer, der kræves for at udføre opgaven. Dette problem lades uberørt i det følgende.

samtidig er hovedaktionær.<sup>4</sup> I så tilfælde er uddelegeringen fra  $P$  til  $A$  jo i det væsentlige en uddelegering fra  $A$  til  $A$ !

Hvis  $P$  og  $A$  derimod i udgangspunktet har væsentligt *forskellige* målsætninger, da skaber uddelegering potentielt betydelige incitamentsproblemer. Betragt igen tilfældet, hvor  $P$  er en virksomheds ejere, og opgaven, der tænkes uddelegeret til  $A$ , er posten som administrerende direktør. Nu er  $A$  imidlertid ikke aktionær, og har derfor i udgangspunktet som målsætning at maximere personlig velfærd snarere end virksomhedens indtjening. Der er således en *målkonflikt*, og der er behov for at skrive en kontrakt mellem  $P$  og  $A$ , der i videst muligt omfang *retablerer målsammenfaldet*.<sup>5,6</sup> Dette er emnet for incitamentskontraktlitteraturen og derfor også hovedomdrejningspunktet i den resterende del af denne note.

Notens opbygning i det nedenstående er som følger. Først beskrives det basale problem omkring incitamentsskabelse. Dernæst præsenteres en første formalisering af dette, d.v.s. rudimenterne af en model. Modellen bruges derpå til at præsentere nogle kernerresultater fra incitamentsteorien. Summen af disse afsnit har som formål at lægge grunden for diskussionen af en række praktiske problemer, som dernæst præsenteres gennem en række modeludvidelser. Udledningen af visse formelle resultater er henvist til notens Appendix A, mens Appendix B indeholder nogle bemærkninger om hvordan foranstaltninger i forhold til vintervejrets påvirkning af byggeri kan indarbejdes i den teoretiske model.

## 2. Basismodel: Principal-Agent-problemet

Problemet basale struktur bygger på, at en arbejdsgiver ( $P$ ) ønsker et projekt gennemført.  $P$  kan ikke selv udføre projektet, men må engagere  $A$ .

### 2.1. Relationen mellem principal og agent

Med henblik på den senere formalisering og diskussion kan vi i første omgang beskrive relationen mellem  $P$  og  $A$  på følgende måde:

- $P$  tilbyder  $A$  en kontrakt.

---

<sup>4</sup>Her abstraheres helt fra de evt. muligheder den administrerende direktør har for at manipulere virksomhedens resultat til fordel for hovedaktionæren (*in casu*: ham selv).

<sup>5</sup>Dette benævnes i litteraturen som “goal congruence” eller “incentive alignment”.

<sup>6</sup>De senere års betydelige interesse for optionsafløkning af virksomhedsledere skal naturligvis ses i dette lys. Virksomhedsledere uden betydende medejerskab af de virksomheder, de leder, har i udgangspunktet potentielt forskellige interesser fra ejerne. For at retablere interessesammenfaldet mellem leder og ejere kan sidstnævnte udstyre førstnævnte med et “stake” i virksomhedens fremtidige resultat. En blandt flere måder at opnå dette er at tildele lederen forskellige former for aktieoptioner.

- $A$  accepterer eller forkaster. Hvis kontrakten forkastes, afbrydes samarbejdet, og projektet gennemføres ikke. Hvis kontrakten accepteres, da gennemføres projektet.
- Hvis projektet gennemføres, da vælger  $A$  sit indsatsniveau, som benævnes  $e \in E$  (*effort*).
- Indsatsen  $e$  påvirker et udfald,  $x \in X$ , der observeres af begge (og af trediepart). I det (nærmest) følgende skal vi omtale  $x$  som værdien af projekudfaldet (en slags provenu).
- Kontrakten kan således været betinget på  $x$ , der bestemmer betalingen til  $A$ ,  $w(x)$ , mens den resterende del,  $x - w(x)$ , tilfalder  $P$ .

Formelt genererer  $A$ s indsats,  $e \in E$ , en sandsynlighedsfordeling på de mulige udfald  $X$ . Udfaldsrummet,  $X$ , er uafhængigt af indsats,  $e$ . Denne antagelse om fuld støtte (*full support*) betyder bl.a., at der ikke findes noget signal,  $x \in X$ , der afslører indsatsen præcist. Fordelingsfunktionen benævnes generelt  $F(x; e)$ , mens tæthedsfunktionen er  $f(x; e)$ .<sup>7</sup> Idéen er, at ændringer i indsatsniveauet *påvirker* fordelingen af realisationerne af den stokastiske variabel.

I ovenstående beskrivelse af det basale P-A-problem har vi argumenteret som om både  $x$  og  $e$  er én-dimensionale.  $x$  blev således fortolket som (monetært) provenu, mens  $e$  kan forstås som den “flid” (i mangel af en bedre betegnelse),  $A$  lægger i arbejdet/projektet. I det nedenstående skal vi imidlertid også fortolke modellen mere bredt. F.eks. kan  $x$  være fler-dimensionel, således at vektoren  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  påvirker et mere generelt udfald  $B(x, w(x)) = b(x) - w(x)$ . Ligeledes kan  $e = (e_1, e_2, \dots, e_m)$  være en vektor, der påvirker fordelingen af  $x$ . Disse generaliseringer kan lettest eksemplificeres ved, at  $A$ s indsats repræsenterer både “flid”,  $e_1$ , og “omhyggelighed”,  $e_2$ , der samlet påvirker både “mængde”,  $x_1$ , og “kvalitet”,  $x_2$ .

## 2.2. Parternes interesser

### *Principalen*

$P$  antages at være *risiko-neutral*<sup>8</sup> og maximerer det forventede resultat  $E\{x - w(x)\}$ . Vi kunne mere generelt have skrevet  $P$ s objektfunktion som  $B(x - w)$  og dernæst antaget  $B' > 0$  og  $B'' = 0$  (*linearitet*). Objektfunktionen er således voksende og lineær:  $B(x -$

<sup>7</sup>I tilfældet hvor fordelingen er kontinuert og fordelingsfunktionen tillige kontinuert differentiabel har vi  $\frac{dF(x; e)}{dx} = F_x(x; e) = f(x; e)$ . For det diskrete tilfælde hvor  $X$  er en endelig mængde, skal vi tillige betegne sandsynligheden for udfaldet  $x_i$  givet indsatsen  $e$  som  $\Pr(x_i | e) = p_i(e)$ .

<sup>8</sup>I afsnit 4.2.4 nedenfor diskuterer vi kort situationen, hvor både  $P$  og  $A$  kan være risikoaverse. Denne diskussion holdes af tekniske grunde inden for rammerne af en mere specialiseret model end i herværende afsnit.

$w) = \kappa_0 + \kappa_1(x - w)$ , hvor  $\kappa_1 > 0$ . Yderligere antagelse om at  $\kappa_0 = 0$  og  $\kappa_1 = 1$  er derfor uden (synderlig) tab af generalitet, da det primært blot er en (om-)fortolkning af signalet  $x$  som en art provenu. Når  $w$  er betinget på realisationen af en stokastisk variabel,  $x$ , har vi derfor blot, at  $P$  maximerer forskellen mellem forventet provenu og forventede udbetalinger til  $A$ , d.v.s. omkostninger. Heraf følger den naturlige fortolkning, at  $E\{x - w(x)\}$  er projektets forventede afkast/profit, som tilfalder  $P$ .

#### *Agenten*

$A$  antages til gengæld at være *risiko-avers*.  $A$  forsøger at maximere  $U(w, e) = u(w) - c(e)$ .  $u(w)$  kan fortolkes som nytten af indkomst, og vi antager at  $u' > 0$  og  $u'' < 0$ . Nyttens af indkomst er således monotont voksende og strengt konkav.  $c(e)$  kan fortolkes som disnyttens ved at yde en indsats (evt. udover et basisniveau, der eksplicit kan stipuleres og håndhæves via en kontrakt). Vi antager at  $c' > 0$  og  $c'' > 0$ . Disnyttens af indsats er således monotont voksende og strengt konveks. Lad os endvidere antage, at  $e^{\min}$  er det mindste element i mængden  $E$ , samt at  $c(e^{\min}) = 0$ .<sup>9</sup> For at lukke modellen antager vi, at nytten af  $A$ s alternativ, hvis projektet ikke gennemføres, er givet ved  $\underline{U}$ .<sup>10</sup>

#### *Incitament og risiko*

Alene på basis af disse antagelser om objektfunktionerne kan vi sige to ting: 1) Hvis  $A$ s aflønning er uafhængig af signalet  $x$ , da vælger  $A$  det mindste element i mængden  $E$ ,  $e^{\min}$ ,<sup>11</sup> d.v.s. *mindste, mulige indsats*. 2) Hvis  $A$ s aflønning er uafhængig af signalet  $x$ , da er *risikodelingen optimal*. Dette følger umiddelbart af at  $P$  er risiko-neutral, mens  $A$  er risikoavers.<sup>12</sup>

1) og 2) illustrerer således (uden nogen formel analyse) det fundamentale problem ved incitamentskontrakter

*For at give incitament til høj produktiv indsats, skal agentens aflønning bindes til realisationen af den observerbare stokastiske variabel. Dette gør*

---

<sup>9</sup>Da  $e$  betegner  $A$ s indsats i projektet forekommer det rimeligt at antage, at et sådant mindste element findes (f.eks.  $e^{\min} = 0$ ).

<sup>10</sup>Fortolkningen af  $\underline{U}$  afhænger af den specifikke anvendelse af modellen. For et individ kunne det være den forventede nytte af alternativ beskæftigelse (evt. understøttelse eller arbejdsløshedsforsikring). For en virksomhed (underleverandør) kunne det være værdien af det forventede afkast ved deltagelse i alternative projekter (enten på egne vegne eller for andre principaler). Dette kunne evt. være nul, hvis  $A$  ingen alternative partnere har.

<sup>11</sup>Hvis ikke der er et veldefineret mindste element, da er problemet irregulært, og løsningen indetermineret. Under alle omstændigheder prøver  $A$  at vælge så lavt et indsatsniveau, han kan komme afsted med.

<sup>12</sup>Havde  $P$  også været risiko-avers, medfører en fast løn til  $A$  ikke automatisk en optimal risikodeling. Formålet med antagelsen om, at  $P$  er risiko-neutral er primært at forenkle den formelle analyse nedenfor. En svækkelse af denne antagelse har ikke dramatiske konsekvenser for de kvalitative resultater, især ikke så længe  $P$  er væsentlig mindre risiko-avers end  $A$ . Sidstnævnte forekommer rimeligt i de fleste sammenhænge, hvor  $P$  er en virksomhed (dennes ejere), mens  $A$  er et individ.

på den anden side agentens indkomst stokastisk, hvilket isoleret set er sub-optimalt givet agentens risiko-aversion. En optimal (eller blot fornuftig) incitamentskontrakt repræsenterer derfor en afvejning af indsatsincitament og effektiv risikospredning.

### 3. Fuld information

For at opstille et idéel med hvilket senere resultater kan sammenlignes, antager vi først, at  $P$  direkte kan observe  $A$ s indsats. Aflønningen kan i dette tilfælde betinges direkte på  $e$ . Lad os angribe  $P$ s problem i to trin.

Første trin består i at implementere et givet indsatsniveau på den mest omkostningseffektive måde for  $P$ . Hvis  $P$  således ønsker at implementere et givet indsatsniveau,  $e^*$ , kan en kontrakt af følgende type skrives:

$$\begin{aligned} w(e) &= w^* \text{ hvis } e \geq e^* \\ &= k \text{ ellers} \end{aligned}$$

hvor  $k$  er så tilpas lav, at hvis kontrakten accepteres, giver det ingen mening for  $A$  at levere en indsats lavere end  $e^*$ . Hvis kontrakten accepteres og indsatsen  $e \geq e^*$  leveres, da opnår  $A$  nettoytten eller nettoafkastet

$$u(w^*) - c(e)$$

Dette er aftagende i  $e$ , og det følger heraf, at  $A$  netop vil levere indsatsen  $e^*$ .  $P$  har således fået implementeret den ønskede indsats, hvis kontrakten accepteres. For at sikre accept, må der nødvendigvis gælde, at

$$u(w^*) - c(e^*) \geq \underline{U}$$

hvilket kan skrives som

$$w^* \geq u^{-1}(\underline{U} + c(e^*))$$

Dette angiver den laveste løn, der implementerer det ønskede indsatsniveau,  $e^*$ .

Indsatsniveauet var vilkårligt valgt i det ovenstående. Andet trin består derfor i at gennemføre analysen for alle mulige indsatsniveauer, og dernæst vælge det niveau, der maximerer  $P$ s nettoafkast. Bemærk at  $A$ s aflønning er ikke-stokastisk, og at risikodelingen derfor er effektiv, når principalen direkte kan betinge aflønning på indsats.

### 4. Imperfekt information og incitamentskontrakter

Vi vender nu tilbage til tilfældet, hvor agentens aflønning ikke direkte kan afhænge af indsatsen  $e$ , men alene kan gøres betinget på det observerede udfald  $x$ . Vi betragter

først et relativt generelt tilfælde og dernæst et lidt mere specielt tilfælde. Det sidste har på den *ene* side den styrke, at det klart bringer den økonomiske intuition ud i de formelle resultater, og på den *anden* side er tilfældet relativt let at generalisere i flere af de dimensioner, vi senere skal betragte. Introduktionen af det generelle tilfælde er den mest tekniske del af denne note, og læseren kan uden væsentligt tab af økonomisk intuition fortsætte direkte herfra til specialtilfældet.

#### 4.1. Generelt

Betragt tilfældet, hvor agenten vælger  $e \in E$ , mens principalen observerer signalet  $x \in X$ , der er fordelt i henhold til fordelingsfunktionen  $F(x; e)$ . I det generelle<sup>13</sup> tilfælde er mængderne  $E$  og  $X$  arbitrære.<sup>14</sup> I faglitteraturen (se f.eks. Grossman & Hart (1983), Rogerson (1985), Tirole (1988, pp. 51-55) og Mas-Colell, Whinston & Green (1995, kap. 14)) sondres der mellem tilfælde, hvor  $E$  er et interval (et *kontinuum*), f.eks.  $e \in E = [\bar{e}, \underline{e}]$ , og tilfælde, hvor antallet af elementer i  $E$  er *endeligt*, f.eks.  $e \in E = \{e_1, e_2, \dots, e_H\}$ .

##### 4.1.1. Endelig model

For det endelige tilfælde,  $e \in E = \{e_1, e_2, \dots, e_H\}$ , er løsningsproceduren klar. I det *første trin* holdes  $e$  fast, og  $P$  minimerer omkostningerne ved at implementere dette indsatsniveau. Dette omkostningsminimeringsproblem har to typer af bibetingelser. For det første skal  $A$ s forventede nytte ved at acceptere kontrakten og yde indsatsen  $e$  være mindst lige så høj som ved at forkaste kontrakten,

$$E_e\{u(w(x))\} - c(e) \geq \underline{U} \quad (4.1)$$

hvor  $E_e\{\cdot\}$  indikerer, at forventningen tages m.h.t. den fordeling på  $X$ , der induceres af valget  $e$ . (4.1) omtales i faglitteraturen som  $A$ s deltagelsesbegrænsning eller individuelle rationalitetsbegrænsning (*IR*). For det andet skal  $A$ s forventede nytte ved at vælge  $e$  være mindst lige så stor som ved at vælge et andet muligt indsatsniveau,

$$E_e\{u(w(x))\} - c(e) \geq E_{e'}\{u(w(x))\} - c(e'), \forall e' \in E \quad (4.2)$$

hvor  $E_{e'}\{\cdot\}$  fanger, at alternative  $e'$  inducerer forskellige fordelinger på  $X$ . (4.2) benævnes  $A$ s (relative) incitamentsbegrænsninger (*IC*). Løsningen af omkostningsminimeringsproblemet for givet  $e$  giver anledning til en aflønningskontrakt  $w_e(x)$ , hvor  $e$  indikerer, at aflønningskontrakten implementerer netop dette indsatsniveau.

Når første trin er gennemført for alle det endelige antal indsatsniveauer i  $E$ , fortsættes til *andet trin*, hvor de minimerede omkostninger ved at implementere  $e$  trækkes

---

<sup>13</sup>  $E_n$ -dimensionale.

<sup>14</sup> Vilkårlige delmængder af  $\mathbb{R}$ .



fra det forventede provenu ved indsatsen  $e$ .  $P$  vælger at implementere det indsatsniveau,  $e^*$ , der maksimerer nettoresultatet v.h.a. aflønningskontrakten  $w_{e^*}(x)$ .

For kort at illustrere løsningen til det generelle roblem, kan vi fokusere på tilfælde hvor både  $E$  og  $X$  har et endeligt antal elementer. Vi har således  $e \in E = \{e_1, e_2, \dots, e_H\}$  og  $x \in X = \{x_1, x_2, \dots, x_I\}$ . Lad os derudover ordne elementerne:  $e^{\min} \equiv e_1 < e_2 < \dots < e_H \equiv e^{\max}$  og  $x^{\min} \equiv x_1 < x_2 < \dots < x_I \equiv x^{\max}$ . Endelig betegner vi sandsynligheden for udfald  $x_i$  givet indsats  $e_h$  som

$$\Pr(x_i | e_h) = p_i(e_h)$$

og vi har

$$p_i(e_h) > 0, \forall i, h \text{ og } \sum_{i=1}^I p_i(e_h) = 1, \forall h$$

For at implementere et givet  $e_h$  skal  $P$  derfor løse problemet

$$\min_{\{w(x_i)\}_{i=1}^I} \sum_{i=1}^I p_i(e_h) w(x_i)$$

under bibetingelserne

$$\sum_{i=1}^I p_i(e_h) u(w(x_i)) - c(e_h) \geq \underline{U}$$

og

$$\sum_{i=1}^I p_i(e_h) u(w(x_i)) - c(e_h) \geq \sum_{i=1}^I p_i(e_{h'}) u(w(x_i)) - c(e_{h'}), h = 1, 2, \dots, H$$

Hvis vi opstiller dette som et *Lagrange*-problem og lader  $\lambda$  og  $\mu_{h'}$ ,  $h' = 1, 2, \dots, H$ , betegne multiplikatorerne for hhv. *IR*- og *IC*-betingelserne, da har vi at den optimale aflønningskontrakt,  $w_e(x)$ , skal opfylde følgende betingelser (én for hvert muligt udfald)<sup>15</sup>

$$\frac{1}{u'(w(x_i))} = \lambda + \sum_{h'=1}^H \mu_{h'} \left(1 - \frac{p_i(e_{h'})}{p_i(e_h)}\right) \quad (4.3)$$

I dette udtryk er  $\lambda > 0$ , mens  $\mu_{h'} \geq 0$ .  $\mu_{h'} > 0$ , hvis incitamentsbegrænsningen m.h.t.  $e_{h'}$  er bindende, og  $\mu_{h'} = 0$ , hvis den ikke er bindende. Fortolkningen af (4.3) er nogenlunde som følger.

Hvis ingen af incitamentsbegrænsningerne er bindende,  $\mu_{h'} = 0, \forall h'$ , da er det optimalt at give agenten en "flad" /risikofri aflønning defineret som

$$\frac{1}{u'(w(x_i))} = \lambda, \forall i \quad (4.4)$$

<sup>15</sup> Teknisk set kræver dette at nyttefunktionens domæne er ubegrænset ( $\mathbb{R}$ ).

Dette er naturligvis blot en afspejling af, at hvis incitamentsskabelse er uvæsentligt, da tilsiger efficient risiko-delning, at den risiko-averse agent ingen risiko bør udsættes for.

En given incitamentsbegrænsning er bindende, hvis det kræver et eksplicit incitament for at forhindre  $A$  i at vælge  $e_{h'}$  frem for det ønskede indsatsniveau  $e_h$ . Hvis  $e_h \neq e_1 = e^{\min}$ , følger af det vi allerede har sagt ovenfor, at mindst én af de (relative) incitamentsbegrænsninger er bindende. M.a.o., ønsker  $P$  at implementere en indsats over det minimale niveau, da er det optimalt at gøre agentens aflønning afhængig af det realiserede udfald og dermed stokastisk (risikofyldt). Vi har således, at en eller flere af multiplikatorerne i summationen i (4.3) er strengt positive. Da  $u'' < 0$ , har vi, at venstresiden er stor, når aflønningen  $w$  er stor. Agenten skal således have en relativt høj aflønning, når højresiden er stor og en lav aflønning, når højresiden er lille. Højresiden er stor, når leddene  $\frac{p_i(e_{h'})}{p_i(e_h)}$  er små. På den anden side er  $\frac{p_i(e_{h'})}{p_i(e_h)}$  lille, når udfaldet  $x_i$  er relativt usandsynligt, når  $A$  vælger det uønskede indsatsniveau  $e_{h'}$  og relativt sandsynligt, når agenten vælger det ønskede indsatsniveau  $e_h$ . Dertil kommer, at  $\lambda > 0$  altid indgår på venstresiden af (4.3).

Verbalt kan vi således formulere følgende princip for optimale incitamentskontrakter:

*For at implementere et givet (ikke-minimalt) indsatsniveau skal agenten for det første gives en basisaflønning. Dertil skal føjes en afkastafhængig del, som er positiv, når afkastet kan fortolkes som et signal om, at det er relativt sandsynligt, at agenten har ydet den ønskede indsats, og negativ, når afkastet kan fortolkes som et signal om, at det er relativt usandsynligt, at agenten har ydet den ønskede indsats.*

Dette er naturligvis et forholdsvis svagt (og ikke overraskende) udsagn. Skal man være i stand til at sige mere om formen af den optimale kontrakt (*første trin*) og det optimale indsatsniveau (*andet trin*), kræver det yderligere information om sammenhængen mellem indsats og (sandsynlighedsfordelingen på) afkast. På det givne abstraktionsniveau kan man end ikke konkludere, at der skal være en positiv sammenhæng mellem afkast (signal) og aflønning.<sup>16</sup> Der er to problemer: For det *første* kan det være optimalt for  $P$  at implementere et relativt beskedent indsatsniveau, hvilket bl.a. betyder, at kontrakten skal forhindre  $A$  i at yde for stor en indsats. Dette kræver at høje afkast ikke belønnes for meget og muligvis straffes (med et fradrag i basislønnen). For det *andet* behøver høje afkast ikke at være *relativt* mere sandsynlige med høj indsats, selvom de er *absolut* mere sandsynlige. Et givet højt afkast kan godt være relativt mere sandsynligt med en lav indsats end med en højere indsats. De ovennævnte referencer<sup>17</sup> har på

<sup>16</sup>Dette gælder selvom vi er villige til at antage, at en forøgelse af agentens indsats fører til en forventning om højere afkast i betydningen første-ordens stokastisk dominans (FOSD), d.v.s.  $F(x; e') < F(x; e)$ ,  $\forall e' > e$ .

<sup>17</sup>Tillige med Holmström & Milgrom (1987).

forskellige vis udvidet forståelsen af optimale incitamentskontrakter. For at sikre, at den optimale kontrakt er monotont voksende i signalet kan f.eks. antages en kombination af en *Monotone Likelihood Ratio Property (MLRP)*<sup>18</sup> og en *Convexity of the Distribution Function Condition (CDFC)*<sup>19</sup> (se Grossman & Hart (1983) og Rogerson (1985)).

#### 4.1.2. Kontinuum-model

Betragt nu tilfældet, hvor  $E$  er et interval,  $e \in E = [\underline{e}, \bar{e}]$ , og antag endvidere at også  $X$  er et interval,  $x \in [\underline{x}, \bar{x}]$ . Fordelingsfunktionen er  $F(x; e)$ , mens tætheden er  $f(x; e) > 0, \forall x, e$ .  $F$  og  $f$  antages at være differentiable (af vilkårlig krævet orden).<sup>20</sup> I forhold til løsningsproceduren ovenfor er det oplagte problem, at der er uendeligt mange indsatsniveauer som  $A$  kan vælge. To-trins-proceduren er derfor generelt ikke praktisk, og  $P$ s problem må omformuleres (se Appendix).

For en given kontrakt,  $w(x)$ , løser  $A$  problemet

$$\max_e \{E_e\{u(w(x))\} - c(e)\}$$

hvor  $E_e\{u(w(x))\} - c(e)$  kan skrives som

$$E_e\{u(w(x))\} - c(e) = \int_{\underline{x}}^{\bar{x}} u(w(x))f(x; e)dx - c(e)$$

---

<sup>18</sup>Dette kan bedst forstås med reference til (4.3), hvor det er de relative sandsynligheder, der indgår på højresiden. Formelt er *MLRP* givet som følger: For vilkårlige  $e$  og  $e'$ , hvor  $e' > e$ , og for vilkårlige udfald  $x_i$  og  $x_{i+l}$ , hvor  $l > 0$ , gælder at

$$\frac{p_{i+l}(e')}{p_i(e')} \geq \frac{p_{i+l}(e)}{p_i(e)} \quad (\text{alternativt } \frac{p_{i+l}(e')}{p_{i+l}(e)} \geq \frac{p_i(e')}{p_i(e)})$$

D.v.s. for vilkårlig sammenligning af en højere og en lavere indsats bliver det forholdsmæssigt stedse mere sandsynligt at udfaldet er genereret af den høje indsats, når vi bevæger os op igennem de mulige udfald (fra det mindste til det største).

<sup>19</sup>Dette kan lettest motiveres med reference til kontinuum-tilfældet, hvor fordelingsfunktionen,  $F(x; e)$ , er passende differentiable. *CDFC* er da givet ved  $F_{ee}(x; e) \geq 0$ . M.a.o. fordelingsfunktionen er konveks i indsats, hvoraf følger umiddelbart, at  $1 - F(x; e)$  er konkav i indsats. Da  $1 - F(x; e)$  er sandsynligheden for udfald på mindst  $x$ , kan *CDFC* fortolkes som en form for stokastisk, aftagende skalaøkonomi m.h.t. indsats (Rogerson, 1985). Da agenten jo vælger indsats m.h.p. at maksimere nytte givet kontrakten, kan *CDFC* forstås på samme måde som standardregularitetsbetingelser (konkaviteten) på maksimeringsproblemer.

<sup>20</sup>Dette afsnit bygger på Grossman & Hart (1983), Rogerson (1985), Tirole (1988, pp. 51-55), Mas-Colell, Whinston & Green (1995, kap. 14) samt Overgaard (2003a).

Første-ordensbetingelsen til agentens maksimeringsproblem kan derfor skrives som

$$\int_{\underline{x}}^{\bar{x}} u(w(x))f_e(x; e)dx - c'(e) = 0$$

hvor  $f_e(x; e) = \frac{df(x; e)}{de}$ . Substitueres dette ind i principalens problem,<sup>21</sup> kan denne siges at løse følgende problem:

$$\max_{e, w(x)} \int_{\underline{x}}^{\bar{x}} (x - w(x))f(x; e)dx$$

under hensyntagen til agentens *IR*-betingelse

$$\int_{\underline{x}}^{\bar{x}} u(w(x))f(x; e)dx - c(e) = \underline{U}$$

og agentens *IC*-betingelse

$$\int_{\underline{x}}^{\bar{x}} u(w(x))f_e(x; e)dx - c'(e) = 0$$

Opstilles problemet igen på *Lagrange*-form (og med fortolkning af  $\lambda > 0$  og  $\mu > 0$  som før) får vi, at den optimale aflønningskontrakt er karakteriseret ved

$$\frac{1}{u'(w(x))} = \lambda + \mu \frac{f_e(x; e)}{f(x; e)} \quad (4.5)$$

Vi bemærker at (4.5) har samme form som (4.3), omend betingelsen i (4.5) er lokal (én lokal incitamentsbegrænsning har erstattet den flerhed, der sikrer globale maksima i (4.3)). Hvis tætheden ved et givet udfald  $x$  er lokalt voksende i indsats omkring det ønskede, da belønnes udfaldet  $x$  med et tillæg til basis aflønningen, og hvis tætheden ved  $x$  er lokalt aftagende i indsats omkring det ønskede, da straffes udfaldet  $x$  med et fradrag i basis aflønningen. Hvis *MLRP* holder, da er den optimale aflønning monotont voksende i udfaldet.<sup>22</sup>

Det ovenstående princip for optimale incitamentskontrakter gælder således stadig: Udfald, der er relativt sandsynlige under den ønskede indsats, skal belønnes med høj aflønning, mens udfald, der er relativt usandsynlige under den ønskede indsats, skal straffes med lav aflønning.

<sup>21</sup>I Appendix A diskuteres bl.a. kort hvornår denne substitution giver mening. Bemærk, at de betingelser, der nævnes, er tilstrækkelige men ikke nødvendige.

<sup>22</sup>Dette ses umiddelbart af, at *MLRP* for kontinuum-tilfældet kan formuleres som:  $\frac{f_e(x; e)}{f(x; e)}$  er ikke-aftagende i  $x$ .

### 4.1.3. Diskussion

De ovenstående generelle principper for optimale incitamentskontrakter er naturligvis væsentlige for en fuldstændig forståelse af problemets natur, men det er ikke indlysende, at de har megen relevans for detaljerne i praktisk kontrakt-design. De kvalitative egenskaber ved optimale kontrakter repræsenterer nok en grundlæggende og genkendelig økonomisk intuition, men kompleksiteten i udtryk som (4.3) og (4.5) stiller for det første nogle helt urealistiske krav til parternes viden om de underliggende objekt-funktioner og den detaljerede sammenhæng mellem indsats og fordeling af udfald. Endelig er det givet kompleksiteten selv i den basale (læs: lav-dimensionale) model ovenfor vanskeligt at generalisere til de dimensioner, der må antages at være betydningsfulde i den praktiske virkelighed. Vi skal derfor i den resterende del af denne note specialisere modellen m.h.p. dels at økonomisere med den matematiske kompleksitet, dels at tillade naturlige udvidelser i relevante dimensioner og dels at identificere den økonomiske intuition klarere.

## 4.2. Specialisering

Vi præsenterer en model, der er blevet en slags “*work horse*” i den mere anvendelsesorienterede del af faglitteraturen (se f.eks. Holmström & Milgrom (1987, 1991), Milgrom & Roberts (1992) samt Overgaard (2003a,b)). I forhold til det generelle, abstrakte tilfælde antages *normalfordelte* stokastiske variabler, *lineære* aflønningskontrakter samt agenter med *konstant absolut risiko-aversion*.<sup>23</sup> Endvidere tager specialiseringen afsæt i kontinuumsmodellen ovenfor, således at indsatsniveauet er et vilkårligt ikke-negativt reelt tal,  $e \in E = \mathbb{R}_+$ , mens udfaldet er et vilkårligt reelt tal,  $x \in X = \mathbb{R}$ . Formelt kan modellen beskrives som følger.

### *Normalfordelt støj*

$A$  vælger  $e$ , mens  $P$  observerer  $x = e + \varepsilon$ , hvor  $\varepsilon$  er normalfordelt med middelværdi 0 og varians  $\sigma^2$ ,  $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$ .

### *Lineær aflønningskontrakt*

Vi begrænser os nu endvidere til lineære aflønningskontrakter, som vi skriver på følgende form

$$w(x) = \alpha + \beta x$$

Dette er reelt en simpel lineær provenudelingskontrakt, hvor  $A$  får en fast betaling  $\alpha$  (*basisafønning*) samt en andel af provenuet  $\beta$  (*provision/akkord*).  $P$  opsuger residualen  $(1 - \beta)x - \alpha$ , d.v.s. provenuandelen  $(1 - \beta)x$  fratrukket den faste betaling til  $A$ . Følgende naturlige specialtilfælde kan nævnes:

---

<sup>23</sup>Sidstnævnte benævnes *CARA* i litteraturen.

- $\alpha = 0$  og  $\beta \in (0, 1)$  - Ren provisionsløn uden sikkerhedsnet/ren akkordløn.
- $\alpha = 0$  og  $\beta = 1$  - Ren provision/akkord, hvor agenten får *hele* provenuet.
- $\alpha < 0$  og  $\beta = 1$  - Overtagelse. Da basisbetalingen er negativ, er det som om agenten betaler et beløb for til gengæld at overtage projektet og efterfølgende få det fulde udbytte af dette.
- $\alpha < 0$  og  $\beta \in (0, 1)$  - *Franchise*-kontrakt. Da basisbetalingen er negativ, er det som om agenten skal lægge en (*up-front*) betaling for til gengæld at få del i det efterfølgende afkast. Man kan her tænke på  $1 - \beta$  som en (procentvis) *royalty*-betaling til  $P$ .
- $\alpha > 0$  og  $\beta = 0$  - Fast løn eller *tidløn*.

*Konstant absolut risiko aversion*

Vi antager at  $A$ s nytte af indkomst har formen

$$u(w) = -e^{-rw}$$

Bemærk først, at

$$r(w) = -\frac{u''(w)}{u'(w)} = r$$

hvoraf følger, at agenten udtrykker konstant absolut risiko-aversion (*CARA*). Bemærk endvidere, at når aflønningskontrakten er lineær og den stokastiske variabel normalfordelt, da er  $A$ s aflønning normalfordelt. M.a.o.,  $w \sim N(\bar{w}, \sigma_w^2)$ , hvor vi senere skal komme tilbage til den nærmere bestemmelse af middelværdien,  $\bar{w}$ , og variansen,  $\sigma_w^2$ , på aflønningen. Hvis vi lader ovenstående normalfordelings tæthedsfunktion være betegnet ved  $g(w)$ ,<sup>24</sup> da kan vi skrive

$$E\{u(w)\} = \int_{-\infty}^{\infty} -e^{-rw} g(w) dw$$

som efter visse algebraiske manipulationer reducerer til

$$E\{u(w)\} = -e^{-r(\bar{w} - \frac{r}{2}\sigma_w^2)}$$

Da dette imidlertid er voksende i  $\bar{w} - \frac{r}{2}\sigma_w^2$ , kan vi alternativt repræsentere nytten af det normalfordelte "lotteri" på aflønningen med middelværdien  $\bar{w}$  og variansen  $\sigma_w^2$  som

$$u = u(\bar{w}, \sigma_w^2) = \bar{w} - \frac{r}{2}\sigma_w^2$$

---

<sup>24</sup>D.v.s.  $g(w) = \frac{1}{\sigma_w \sqrt{2\pi}} \exp\{-\frac{(w-\bar{w})^2}{2\sigma_w^2}\}$ .

### 4.2.1. Agentens problem

Når agenten aflønnes i henhold til den lineære kontrakt og agenten vælger  $e$ , da er aflønningen

$$w(x) = \alpha + \beta x = \alpha + \beta(e + \varepsilon)$$

og dens middelværdi (gennemsnit) er

$$\bar{w} = E\{w(x)\} = E\{\alpha + \beta(e + \varepsilon)\} = \alpha + \beta e$$

mens variansen kan skrives som

$$\sigma_w^2 = Var\{w(x)\} = Var\{\alpha + \beta(e + \varepsilon)\} = \beta^2 \sigma^2$$

hvor  $\sigma^2$  er den kendte varians på  $\varepsilon$ . Vi kan således skrive agentens nytte af den stokastiske indkomst som

$$u = u(\bar{w}, \sigma_w^2) = \bar{w} - \frac{r}{2} \sigma_w^2 = \alpha + \beta e - \frac{r}{2} \beta^2 \sigma^2$$

Vi er nu endelig klar til at beskrive  $A$ s nytte af at vælge indsatsniveauet  $e$ , når aflønningen sker i henhold til kontrakten  $w(x) = \alpha + \beta x$ :

$$U = u(\bar{w}, \sigma_w^2) - c(e) = \alpha + \beta e - \frac{r}{2} \beta^2 \sigma^2 - c(e)$$

Givet kontrakten  $w(x) = \alpha + \beta x$ , maximerer  $A$  dette m.h.t.  $e$ , og vi får

$$\frac{dU}{de} = 0 \Leftrightarrow \beta = c'(e)$$

Vi bemærker, at antagelsen om at  $c(\cdot)$  er strengt konveks sikrer, at andenordenbetingelsen ligeledes er opfyldt. Vi har således, at  $A$ s optimale valg er entydigt bestemt som  $e^*$  givet ved

$$\beta = c'(e^*)$$

eller alternativt

$$e^* = e(\beta) = c'^{-1}(\beta)$$

Da  $c(\cdot)$  er strengt konveks, har vi  $e'(\beta) > 0$ , og vi kan formulere følgende generelle resultat:

*Jo mere følsom aflønningen er overfor ændringer i signalet, des større indsats yder agenten.*

*Eksempel*

Antag specifikt at  $c(e) = \frac{k}{2}e^2$ , hvoraf følger  $c'(e) = ke$  og  $e = e(\beta) = c'^{-1}(\beta) = \frac{\beta}{k}$  og  $e'(\beta) = \frac{1}{k} > 0$ .

### 4.2.2. Principalens problem

Givet at vi nu entydigt har bestemt  $As$  adfærd for en vilkårlig kontrakt af formen  $w(x) = \alpha + \beta x$ , kan vi relativt let løse  $P$ s problem.  $P$  løser

$$\max_{e, \{\alpha, \beta\}} \{(1 - \beta)e - \alpha\} \quad (4.6)$$

u.b.b.

$$\alpha + \beta e - \frac{r}{2}\beta^2\sigma^2 - c(e) \geq \underline{U} \quad (4.7)$$

( $As$  deltagelsesbegrænsning) og

$$\beta = c'(e) \quad (4.8)$$

(incitamentsbegrænsning eller  $As$  optimale adfærd givet kontrakten accepteres).

Normaliser således at  $\underline{U} = 0$  og lad (4.7) være bindende ved optimum (hvilket følger af de givne antagelser). Substituer dernæst (4.8) ind i (4.7). Da kan vi løse (4.7) for  $\alpha$  som følger

$$\alpha = c(e) - c'(e)e + \frac{r}{2}(c'(e))^2\sigma^2 \quad (4.9)$$

Substituer endelig (4.9) og (4.8) ind i (4.6), hvorved vi får at

$$\max_{e, \{\alpha, \beta\}} \{(1 - \beta)e - \alpha\}$$

under (4.7) og (4.8) bliver til et simpelt ubegrænset maximeringsproblem i *én* variabel

$$\max_e \{(1 - c'(e))e - c(e) + c'(e)e - \frac{r}{2}(c'(e))^2\sigma^2\}$$

Dette kan yderligere reduceres til

$$\max_e \{e - c(e) - \frac{r}{2}(c'(e))^2\sigma^2\} \quad (4.10)$$

Førsteordensbetingelsen er således<sup>25</sup>

$$1 - c'(e) - r c'(e) c''(e) \sigma^2 = 0 \quad (4.11)$$

Udnytter vi dernæst (4.8) kan dette skrives som

$$1 - \beta - r \beta c''(e) \sigma^2 = 0$$

---

<sup>25</sup>Ved løsningen til førsteordensbetingelsen skal endvidere gælde, at

$$-c''(e) - r(c''(e))^2 + c'(e)c'''(e)\sigma^2 \leq 0$$

Da  $c'(e) > 0$  og  $c''(e) \geq 0$ , reducerer dette til et krav om at  $c'''(e)$  ikke er for lille.



eller

$$\beta = \frac{1}{1 + rc''(e)\sigma^2} \quad (4.12)$$

Tilsammen determinerer (4.8) og (4.12) entydigt  $\beta^*$  og  $e^*$  som

$$\beta^* = c'(e^*) = \frac{1}{1 + rc''(e^*)\sigma^2}$$

Dette bestemmer til gengæld basis aflønningen som

$$\alpha^* = c(e^*) - \beta^*e^* + \frac{r}{2}(\beta^*)^2\sigma^2$$

og løsningen af  $P$ s problem er derfor *komplet*.

*Eksempel*

Betragt igen eksemplet ovenfor, hvor  $c(e) = \frac{k}{2}e^2$ . Heraf følger

$$\begin{aligned} \beta^* &= \frac{1}{1 + rk\sigma^2} \\ e^* &= \frac{\beta^*}{k} = \frac{1}{k(1 + rk\sigma^2)} \\ c(e^*) &= \frac{k}{2}(e^*)^2 = \frac{1}{2k(1 + rk\sigma^2)^2} \end{aligned}$$

og

$$\alpha^* = \frac{-1 + rk\sigma^2}{2k(1 + rk\sigma^2)^2}$$

Vi kan således skrive den optimale lineære aflønningskontrakt som

$$w^*(x) = \alpha^* + \beta^*x = \frac{-1 + rk\sigma^2}{2k(1 + rk\sigma^2)^2} + \frac{1}{1 + rk\sigma^2}x$$

og  $P$ s forventede afkast givet denne kontrakt er

$$(1 - \beta^*)e^* - \alpha^* = \frac{1}{2k(1 + rk\sigma^2)}$$

medens kontrakten presser  $A$ s nytte til  $\underline{U} = 0$ .

### 4.2.3. Optimal incitamentsintensitet

Hvis vi lidt mere generelt havde skrevet  $P$ s afkast som  $B(x) - w(x) = (B(x) - \beta x) - \alpha$  med forventet værdi  $(P(e) - \beta e) - \alpha$ ,<sup>26</sup> da ville (4.12) blive erstattet af

$$\beta = \frac{P'(e)}{1 + rc''(e)\sigma^2}$$

ved løsningen af  $P$ s problem. Da  $\beta > 0$  er hældningen på incitamentskontrakten og derfor måler *incitamentsintensiteten*, kan vi formulere følgende princip, som vi kort vil kommentere og sidenhen udbygge nedenfor.

**INCITAMENTSINTENSITETSPRINCIPPET** (*Holmström-Milgrom-Roberts*):  
Den optimale incitamentsintensitet

$$\beta = \frac{P'(e)}{1 + rc''(e)\sigma^2} \quad (4.13)$$

afhænger af

- projektafkastets følsomhed overfor agentens indsats,  $P'(e)$ ,
- agentens risikotolerance,  $\frac{1}{r}$ ,
- indsatsens følsomhed overfor monetære incitamenter,  $\frac{1}{c''(e)}$ , og
- indsatsestimats præcision,  $\frac{1}{\sigma^2}$ .

#### *Afkastets indsatsfølsomhed*

$\beta$  ses at være voksende i  $P'(e)$ , der måler hvorledes ændringer i agentens indsats påvirker afkastet. Hvis agenten er ude af stand til at påvirke projektafkastet  $P(e)$ , giver det ingen mening at lade agentens aflønning afhænge af det realiserede afkast. Så hvis  $P'(e) = 0$ , da er det optimalt ud fra en risikodelingssynsvinkel at give agenten en fast løn (tidløn). Hvis agenten derimod er i stand til at påvirke afkastet, da giver det mening at underkaste ham et vist incitamentspres,  $\beta > 0$ . Jo mere agenten er i stand til at påvirke afkastet, des stærkere skal incitamentspresset - alt andet lige - være (højere  $\beta$ ).

#### *Agentens risikotolerance*

Da risikoaversionsmålet,  $r$ , indgår i nævneren ses det umiddelbart, at jo mindre risiko-avers (mere risiko-tolerant) agenten er, des stærkere skal incitamentspresset - alt andet lige - være (højere  $\beta$ ). I grænsen, når  $r \rightarrow 0$ , er agenten uendeligt risiko-tolerant,

---

<sup>26</sup>I stedet for som ovenfor  $(1 - \beta)x - \alpha$  og  $(1 - \beta)e - \alpha$ . I specialtilfældet har vi blot  $P(e) = e$  og  $P'(e) = 1$ .

og det optimale incitamentspres reducerer til  $\beta = P'(e)$ , hvilket svarer til, at principlen "sælger" projektet til agenten og lader denne løbe al risikoen (have det fulde residualkrav på afkastet). Dette er optimalt hvis og kun hvis agenten er risiko-neutral. Når  $r \rightarrow \infty$  (ingen risiko-tolerance) giver det ingen mening at underkaste agenten et incitamentspres, og det er i stedet optimalt at give ham en fast løn (tidløn).

#### *Indsatsens incitamentsfølsomhed*

$\beta$  er aftagende i  $c''(e)$ . Givet optimumsbetingelsen fra agentens problem,  $\beta = c'(e)$ , har vi defineret indsats som funktion af incitamentspresset på følgende måde:  $e(\beta) = c'^{-1}(\beta)$ . Heraf følger umiddelbart, at  $e'(\beta) = \frac{1}{c''(e)}$  angiver indsatsens følsomhed overfor ændringer i incitamentspresset. Når  $c''(e)$  vokser -  $\frac{1}{c''(e)}$  falder - mindskes indsatsens følsomhed overfor incitamentet, og det følger umiddelbart, at det optimale incitamentspres,  $\beta$ , skal sænkes. Når  $c''(e)$  stiger bliver det populært sagt mere omkostningsfyldt for principlen at udstyre agenten med incitamentet til at yde en indsats. I grænsen, når  $c''(e) \rightarrow \infty$ , er det optimalt at give agenten en fast løn (tidløn). Modsat, når  $c''(e) \rightarrow 0$ , bliver det optimalt at lade  $\beta$  gå mod  $P'(e)$ . M.a.o., når agentens dis-nytte af indsats er lineær i indsatsen, er det optimalt for principlen at "sælge" projektet til agenten (lade agenten have det fulde residualkrav på afkastet), da risikodeling ikke er relateret til indsatsincitamentet.

#### *Indsatsestimats præcision*

$\beta$  er aftagende i  $\sigma^2$ , d.v.s. voksende i  $\frac{1}{\sigma^2}$ . Under de givne antagelser er  $x$  et såkaldt *unbiased* estimat på agentens indsats  $e$ . Præcisionen af estimatet er den inverse af variansen. Når præcisionen stiger (variansen falder) er det optimalt at øge incitamentspresset  $\beta$ . I grænsen, når  $\sigma^2 \rightarrow 0$ , er det optimalt at lade  $\beta$  gå mod  $P'(e)$ , hvilket i praksis vil sige at "sælge" projektet til agenten. Modsat, når  $\sigma^2 \rightarrow \infty$ , bliver det optimalt at give agenten en fast løn (tidløn). Når  $\sigma^2$  er meget stor, betyder det i praksis, at det observerede signal indeholder meget lidt relevant information om agentens indsats, og det følger intuitivt, at det er meningsløst at betinge aflønningen på ikke-informative signaler.

For såvidt angår deskriptivt relevante udvidelser af modellen, er styrken ved det ovenstående princip, at det relativt let kan generaliseres, som vi skal se i det følgende.

#### *Certainty equivalents og value maximization*

Hvis vi lader  $V_s$  betegne variansen på signalet i det ovenstående og givet en aflønningskontrakt  $w(x) = \alpha + \beta x$ , kan vi skrive agentens forventede nytte som funktion af indsats på følgende form

$$Eu = \alpha + \beta e - \frac{r}{2}\beta^2 V_s - c(e)$$

hvor  $\alpha + \beta e - \frac{r}{2}\beta^2 V_s$  benævnes det usikre udfalds *certainty equivalent* for agenten. Dette angiver, at agenten er indifferent mellem en deterministisk (*sikker*) aflønning på  $w^{CE} =$

$\alpha + \beta e - \frac{r}{2}\beta^2 V_s$  og en stokastisk (*usikker*) aflønning med middelværdi  $\bar{w} = \alpha + \beta e > w^{CE}$  og varians  $\beta^2 V_s$ . Alternativt kan vi sige, at  $\frac{r}{2}\beta^2 V_s$  er hvad agenten er villig til at betale for at slippe for usikkerheden.  $\frac{r}{2}\beta^2 V_s$  kaldes derfor også for *risikopræmien*. På tilsvarende vis kan vi skrive principalens forventede nettoafkast som

$$Ev = P(e) - (\alpha + \beta e)$$

hvor  $P(e)$  er det forventede provenu givet indsatsen  $e$ , mens  $\alpha + \beta e$  er den forventede aflønning af agenten. Summeres  $Eu$  og  $Ev$  fås

$$TCE = Eu + Ev = P(e) - c(e) - \frac{r}{2}\beta^2 V_s \quad \text{Samlet værdi} \quad (4.14)$$

( $TCE$  betegner *Total Certain Equivalent*). Maksimeres denne under bibetingelsen  $\beta = c'(e)$ , fås førsteordensbetingelsen

$$P'(e) - c'(e) - rc'(e)c''(e)V_s = 0$$

der umiddelbart kan skrives som

$$\beta = \frac{P'(e)}{1 + rc''(e)V_s} \quad (4.15)$$

hvilket blot er det samme som ovenfor. Vi har således, at principalen skal maximere den samlede værdi (*value maximization*). Populært sagt skal principalen anskue problemet som om han direkte fastlægger indsatsen. Dette skal så gøres m.h.p. på at maksimere projektets samlede værdi. Implementeringen af dette optimale indsatsniveau sker naturligvis gennem valg af  $\alpha$  og  $\beta$ . Da  $\alpha$  imidlertid kun har betydning gennem agentens  $IR$ -betingelse, kan problemet deles op: Først vælges  $\beta$  til at sikre den rette indsats via  $\beta = c'(e)$ , og dernæst sikres agentens deltagelse gennem passende valg af  $\alpha$ . Separabiliteten fremgår af at  $\alpha$  ikke påvirker  $TCE$  ("kagens" størrelse) men alene hvordan  $TCE$  ("kagen") deles mellem principal og agent.<sup>27</sup>

#### 4.2.4. To-sidet risiko-aversion

For kort at vurdere implikationerne af en situation, hvor både agent og principal kan være risiko-averse, elaborerer vi videre på den specialiserede model ovenfor (se endvidere Holmström & Milgrom (1987)).

Både principal og agent er nu (eller kan være) risiko-averse. Vi antager fortsat, at  $As$  nytte af indkomst har formen

$$u(y) = -e^{-ry}$$

---

<sup>27</sup> Denne separabilitet (og dermed validiteten af *value maximization*) afhænger af vores antagelse om konstant absolut risiko-aversion (kvasi-linearitet i agentens nyttefunktion og dermed fravær af indkomst- eller formueeffekter).

der alternativt kan repræsenteres af

$$u(\bar{y}, \sigma_y^2) = \bar{y} - \frac{r}{2}\sigma_y^2$$

$P$ s nytte har formen

$$v(y) = -e^{-Ry}$$

der alternativt kan repræsenteres af

$$v(\bar{y}, \sigma_y^2) = \bar{y} - \frac{R}{2}\sigma_y^2$$

Som ovenfor vælger  $A$  indsatsen  $e$ , mens  $P$  observerer  $x = e + \varepsilon$ , hvor  $\varepsilon$  er normalfordelt med middelværdi 0 og varians  $\sigma^2$ ,  $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$ . Vi begrænser os til tilfældet, hvor  $P'(e) = 1$ . Aflønningskontrakten er stadig lineær:  $w(x) = \alpha + \beta x$ .

*Agentens problem*

Når agenten aflønnes i henhold til den lineære kontrakt, og agenten vælger  $e$ , da er aflønningen

$$w(x) = \alpha + \beta x = \alpha + \beta(e + \varepsilon)$$

Aflønningens middelværdi (gennemsnit) er

$$\bar{w} = E\{w(x)\} = E\{\alpha + \beta(e + \varepsilon)\} = \alpha + \beta e$$

mens variansen kan skrives som

$$\sigma_w^2 = Var\{w(x)\} = Var\{\alpha + \beta(e + \varepsilon)\} = \beta^2 \sigma^2$$

hvor  $\sigma^2$  er den kendte varians på  $\varepsilon$ . Vi kan således skrive agentens nytte af den stokastiske indkomst som

$$u = u(\bar{w}, \sigma_w^2) = \bar{w} - \frac{r}{2}\sigma_w^2 = \alpha + \beta e - \frac{r}{2}\beta^2 \sigma^2$$

$A$ s nytte af at vælge indsatsniveauet  $e$ , når aflønningen sker i henhold til kontrakten  $w(x) = \alpha + \beta x$ , kan således skrives som

$$U = u(\bar{w}, \sigma_w^2) - c(e) = \alpha + \beta e - \frac{r}{2}\beta^2 \sigma^2 - c(e)$$

Givet kontrakten  $w(x) = \alpha + \beta x$ , maximierer  $A$  dette m.h.t.  $e$ , og vi får

$$\frac{dU}{de} = 0 \Leftrightarrow \beta = c'(e)$$

helt som før.

*Principalens problem*

Givet en kontrakt af formen  $w(x) = \alpha + \beta x$ , kan vi skrive  $P$ s afkast som

$$\begin{aligned} s(x) &= x - w(x) \\ &= e + \varepsilon - \alpha - \beta(e + \varepsilon) \\ &= (1 - \beta)(e + \varepsilon) - \alpha \end{aligned}$$

Dette er en normalfordelt stokastisk variabel med middelværdi

$$\bar{s} = (1 - \beta)e - \alpha$$

og varians

$$\text{Var}(s(x)) = (1 - \beta)^2 \sigma^2$$

Vi kan derfor skrive  $P$ s nytte som

$$\begin{aligned} V &= v(\bar{y}, \sigma_y^2) = \bar{s} - \frac{R}{2} \text{Var}(s(x)) \\ &= (1 - \beta)e - \alpha - \frac{R}{2} (1 - \beta)^2 \sigma^2 \end{aligned}$$

I dette tilfælde kan vi således skrive  $TCE$  som

$$\begin{aligned} TCE &= V + U \\ &= (1 - \beta)e - \alpha - \frac{R}{2} (1 - \beta)^2 \sigma^2 + \alpha + \beta e - \frac{r}{2} \beta^2 \sigma^2 - c(e) \\ TCE &= e - c(e) - \frac{R}{2} (1 - \beta)^2 \sigma^2 - \frac{r}{2} \beta^2 \sigma^2 \end{aligned} \tag{4.16}$$

$TCE$  maximeres under bibetingelsen  $\beta = c'(e)$ . *The Value Maximization Principle* holder stadig, og vi kan blot efterfølgende finde  $\alpha$  så det presser agenten til ned på deltagelsesbegrænsningen. Vi substituerer  $\beta = c'(e)$  ind i (4.16) og maximerer m.h.t.  $e$

$$TCE = e - c(e) - \frac{R}{2} (1 - c'(e))^2 \sigma^2 - \frac{r}{2} (c'(e))^2 \sigma^2$$

Førsteordensbetingelsen<sup>28</sup> er

$$1 - c'(e) - R(1 - c'(e))(-c''(e))\sigma^2 - rc'(e)c''(e)\sigma^2 = 0$$

hvilket vi kan skrive som

$$1 + Rc''(e)\sigma^2 = (1 + (R + r)c''(e)\sigma^2)c'(e)$$

---

<sup>28</sup>I en fuldstændig analyse skal vi naturligvis være opmærksomme på andenordensbetingelserne. Som tidligere bemærket, drejer dette sig i det væsentlige om, at  $c'''(e)$  skal være positive eller i det mindste ikke alt for stor negativ.

Vi substituerer  $\beta = c'(e)$  tilbage ind i udtrykket og får

$$1 + Rc''(e)\sigma^2 = (1 + (R + r)c''(e)\sigma^2)\beta$$

hvoraf følger, at det optimale incitamentspres og den optimale indsats som funktion af de to risiko-tolerancer findes v.h.a.

$$\beta(R, r) = \frac{1 + Rc''(e)\sigma^2}{1 + (R + r)c''(e)\sigma^2} = 1 - \frac{rc''(e)\sigma^2}{1 + (R + r)c''(e)\sigma^2} \quad (4.17)$$

og

$$\beta(R, r) = c'(e)$$

Det fremgår umiddelbart af (4.17) at

$$\frac{d\beta(R, r)}{dR} > 0$$

og

$$\frac{d\beta(R, r)}{dr} < 0$$

Vi konkluderer således, ikke overraskende, at det optimale incitamentspres er voksende i  $P$ s risiko-aversion ( $A$  skal bære mere risiko) og aftagende i  $A$ s risiko-aversion ( $P$  skal bære mere risiko).

*Eksempel*

Agentens indsatsomkostning er  $c(e) = \frac{k}{2}e^2$ . I dette tilfælde har vi

$$\beta(R, r) = \frac{1 + Rk\sigma^2}{1 + (R + r)k\sigma^2}$$

og

$$e(R, r) = \frac{\beta(R, r)}{k} = \frac{1 + Rk\sigma^2}{k(1 + (R + r)k\sigma^2)}$$

Vi kan endvidere simpelt løse for  $\alpha(R, r)$ .

*Kommentarer og specialtilfælde*

Vi kan nu kigge på nogle specialtilfælde, som kunne have særlig interesse.

(1)  $P$  risiko-neutral og  $A$  risiko-avers:

$$\beta(0, r) = \frac{1}{1 + rc''(e)\sigma^2}$$

Dette er naturligvis blot det tilfælde, vi hidtil har koncentreret os om.

(2)  $P$  risiko-avers og  $A$  risiko-neutral:

$$\beta(R, 0) = 1$$

Det velkendte resultat - *agenten skal bære al risiko, hvis han er risiko-neutral* - gælder *a fortiori*, hvis principalen er risiko-avers.

(3)  $P$  og  $A$  har samme risiko-tolerance ( $R = r$ )

$$\beta(r, r) = \frac{1 + rc''(e)\sigma^2}{1 + 2rc''(e)\sigma^2} > \frac{1}{2}$$

Agenten skal således optimalt bære *mere* risiko end principalen, hvis de har samme risiko-tolerance. Dette skyldes, at kontrakten udover effektiv risiko-delning også skal udstyre agenten med indsatsincitament. Vi har således

$$\beta(0, 0) = 1$$

Hvis begge er risiko-neutrale, skal agenten bære al risiko. Endvidere har vi

$$\frac{d\beta(r, r)}{dr} < 0$$

M.a.o., hvis de to parter har same risiko-tolerance, og denne falder, da skal  $P$  bære en større andel af risikoen. Principielt har vi  $\beta(r, r) \rightarrow \frac{1}{2}$  for  $r \rightarrow \infty$ . Således har vi tentativt, at med samme risiko-tolerance og når denne går mod nul, da går optimum mod en 50-50 risiko-delning. Her skal vi dog være opmærksomme på andenordensbetingelserne, der jo også kræver, at det i det hele taget er optimalt for parterne at gennemføre projektet.

## 5. Udvidelser af den statiske model

### 5.1. Multiple signaler

I den praktiske virkelighed vil principalen ofte observere flere signaler, på hvilke agentens aflønning kan betinges, og i dette afsnit ser vi på den optimale brug af flere signaler. Dette er i høj grad relevant for praktisk kontrakt-design, idet principalen ofte har anden information til sin rådighed, end den der specifikt vedrører afkastet af en given agents indsats. To eksempler, som vi nærmere vil studere nedenfor, kan illustrere dette. For det *første* kan principalen være én blandt flere virksomheder i en given branche. I dette tilfælde kan ledelsen af en specifik virksomhed på den ene side observere et signal om afkastet af dets eget projekt (dens egen agents indsats) og på den anden side observere et eller flere signaler, om hvordan andre virksomheder med lignende projekter eller opgaver



klarer sig i en given periode. Spørgsmålet er så hvorvidt og hvordan denne yderligere information skal anvendes ved aflønning internt i virksomheden. For det *andet* kan en given principal have flere agenter tilknyttet, der løser beslægtede opgaver. Ledelsen har således adgang til information om hver enkelt agents indsats. Spørgsmålet er da hvorvidt og hvordan aflønningen af agent  $k$  skal afhænge ikke blot af det specifikke signal vedr. denne agent, men tillige af signalerne vedr. agent  $l$ ,  $l \neq k$ .

Disse spørgsmål er relateret til nytten (og måske rimeligheden) af at lade en agents aflønning afhænge af realisationen af stokastiske variable, hvis udfald agenten ingen indflydelse har på. Dette leder naturligt til en diskussion af bench-marking, medarbejderkonkurrencer og principper for advancement.

For formelt at analysere disse spørgsmål vil vi udvide modellen ovenfor i de relevante dimensioner. Som ovenfor vælger  $A$  indsatsen  $e$ , mens  $P$  observerer det *specifikke* signal vedr. agentens indsats  $x = e + \varepsilon$ , hvor  $\varepsilon$  er normalfordelt med middelværdi 0 og varians  $\sigma^2$ ,  $\varepsilon \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ . Derudover observerer principalen et andet signal  $\omega$ , hvor  $\omega$  er normalfordelt med middelværdi 0 og varians  $\sigma^2$ ,  $\omega \sim N(0, \sigma_\omega^2)$ . Lad endvidere  $\sigma_{\varepsilon\omega}$  betegne *kovariansen* mellem de stokastiske variable  $\varepsilon$  og  $\omega$ . Bemærk at vi således har antaget, at principalen observerer  $x$  men ikke  $e$  og  $\varepsilon$  separat. Til gengæld observerer principalen nu  $\omega$ , der er relateret (statistisk) til det ikke-observérbare  $\varepsilon$ .

Som ovenfor har principalen adgang til at benytte aflønningskontrakter, der er lineære i de observerede signaler. Vi kan generelt skrive dette som

$$\begin{aligned} w(x, \omega) &= \alpha + \beta x + \varphi \omega \\ &= \alpha + \beta(x + \gamma \omega) \\ &= \alpha + \beta(e + \varepsilon + \gamma \omega) \end{aligned}$$

hvor  $\gamma = \frac{\varphi}{\beta}$ . Som ovenfor betegner  $\alpha$  den faste betaling, og  $\beta$  betegner incitamentsintensiteten. Det nye er at  $x + \gamma \omega = e + \varepsilon + \gamma \omega$  snarere end blot  $x = e + \varepsilon$  udgør estimatet (eller det samlede signal) på agentens indsats  $e$ . Heraf følger, at  $\gamma$  angiver den relative vægt, der i aflønningskontrakten lægges på de to signaler  $x$  og  $\omega$ .

I henhold til (4.14) kan vi skrive

$$TCE = P(e) - c(e) - \frac{r}{2} \beta^2 V_s$$

og i henhold til *value maximization*

$$\beta = \frac{P'(e)}{1 + r c''(e) V_s}$$

hvor  $V_s$  nu blot er variansen på signalet  $s = x + \gamma \omega$ . Den optimale anvendelse af informationen i aflønningskontrakten kan således simpelt bestemmes ved at minimere

variansen m.h.t.  $\gamma$ .  $V_s$  kan skrives som

$$\begin{aligned} V_s &= \text{Var}(x + \gamma\omega) \\ &= \text{Var}(\varepsilon) + \gamma^2 \text{Var}(\omega) + 2\gamma \text{Cov}(\varepsilon, \omega) \\ &= \sigma_\varepsilon^2 + \gamma^2 \sigma_\omega^2 + 2\gamma \sigma_{\varepsilon\omega} \end{aligned}$$

Vi løser derfor

$$\min_{\gamma} \{ \sigma_\varepsilon^2 + \gamma^2 \sigma_\omega^2 + 2\gamma \sigma_{\varepsilon\omega} \}$$

Løsningen er givet ved<sup>29</sup>

$$2\gamma \sigma_\omega^2 + 2\sigma_{\varepsilon\omega} = 0$$

eller

$$\gamma = -\frac{\sigma_{\varepsilon\omega}}{\sigma_\omega^2} = -\rho \frac{\sigma_\varepsilon}{\sigma_\omega} \quad (5.1)$$

hvor  $\rho = \frac{\sigma_{\varepsilon\omega}}{\sigma_\varepsilon \sigma_\omega}$  er korrelationskoefficienten. Heraf følger

$$\gamma \neq 0 \text{ hvis og kun hvis } \sigma_{\varepsilon\omega} \neq 0 / \rho \neq 0$$

Det vil sige, at det ekstra signal skal benyttes ved aflønningen af agenten hvis og kun hvis det samvarierer med den uobservérbare stokastiske komponent i det direkte signal. Dette leder til følgende generelle princip vedrørende anvendelsen af forskellige stykker information i aflønningskontrakter.<sup>30</sup>

**INFORMATIONSPRINCIPPET** (*Holmström-Shavell*): Enhver information, der medvirker til at nedbringe variansen (usikkerheden) på indsatsestimater bør anvendes i aflønningskontrakten - og ikke anden.

Givet  $\gamma = -\rho \frac{\sigma_\varepsilon}{\sigma_\omega}$  kan vi endvidere bestemme den minimerede varians på indsatsestimater  $V_s^{\min}$  som

$$V_s^{\min} = \sigma_\varepsilon^2 + \left(-\rho \frac{\sigma_\varepsilon}{\sigma_\omega}\right)^2 \sigma_\omega^2 + 2 \left(-\rho \frac{\sigma_\varepsilon}{\sigma_\omega}\right) \sigma_{\varepsilon\omega} = (1 - \rho^2) \sigma_\varepsilon^2$$

Sammenligner i dette med variansen på det specifikke signal  $\sigma_\varepsilon^2$ , har vi

$$\sigma_\varepsilon^2 - V_s^{\min} = \rho^2 \sigma_\varepsilon^2$$

der måler forbedringen af indsatsestimater ved at anvende informationen i  $\omega$  udover informationen i  $x$ . Vi kan opsummere som følger:

<sup>29</sup>Førsteordensbetingelsen er tilstrækkelig, da andenordensbetingelsen,  $2\sigma_\omega^2 \geq 0$ , automatisk er opfyldt.

<sup>30</sup>Dette resultat tilskrives oprindeligt Holmström (1979) og Shavell (1979) og findes formuleret på forskellig vis i referencerne ovenfor.

- Hvis  $x$  og  $\omega$  samvarierer positivt,  $\rho > 0$ , da skal “vægten” på  $\omega$  være negativ,  $\gamma < 0$ . Når variablerne samvarierer positivt, tyder høje værdier af signalet  $\omega$  på, at gode resultater (høje  $x$ ) primært skyldes held, hvilket skal udløse en lavere betaling til agenten, end hvis aflønningen alene var baseret på  $x$  uden skelen til anden information. Omvendt tyder lave værdier af signalet  $\omega$  på, at gode resultater (høje  $x$ ) skyldes stor indsats, hvilket skal udløse højere betaling, end hvis aflønningen alene var baseret på  $x$ .
- Hvis  $x$  og  $\omega$  samvarierer negativt,  $\rho < 0$ , da skal “vægten” på  $\omega$  være positiv,  $\gamma > 0$ . Når variablerne samvarierer negativt, tyder høje værdier af signalet  $\omega$  på, at gode resultater (høje  $x$ ) primært skyldes stor indsats, hvilket skal udløse en højere betaling til agenten, end hvis aflønningen alene var baseret på  $x$  uden skelen til anden information. Omvendt tyder lave værdier af signalet  $\omega$  på, at gode resultater (høje  $x$ ) primært skyldes held, hvilket skal udløse lavere betaling, end hvis aflønningen alene var baseret på  $x$ .
- Betydningen af variabelen  $\omega$  i aflønningskontrakten,  $|\gamma|$ , skal sænkes, når variansen på det ekstra signal,  $\sigma_\omega^2$ , stiger. Når variansen på det ekstra signal stiger, bliver det mindre og mindre informativt om agentens indsats, og signalet skal derfor absolut set tillægges mindre og mindre vægt i agentens aflønning. Bemærk dog, at selv ret upræcise signaler optimalt set skal bruges af principalen, omend deres vægt skal være beskeden.
- Når  $\rho \rightarrow \pm 1$ , kan usikkerheden helt elimineres,  $V_s^{\min} \rightarrow 0$ . M.a.o., hvis principalen har adgang til informationsstykker, der er perfekt korrelerede med den uobserverede variabel  $\varepsilon$ , er det optimalt at fastsætte incitamentsintensiteten som  $\beta = P'(e)$ , da agenten effektivt kan afskærms fra uønsket risiko gennem sofistikeret brug af denne information.<sup>31</sup>

### 5.1.1. *Bench-marking*

En umiddelbar fortolkning af det foregående vil være, at en virksomhed (principalen) befinder sig i et marked med flere lignende virksomheder, der gennemfører tilsvarende projekter. Virksomheden er derfor muligvis i stand til at overvåge resultaterne af disse projekter f.eks. gennem informationsudveksling via brancheorganisationer eller andre professionelle fora. Virksomheden kan således have adgang til forskellige gennemsnitstal for branchens *performance* i en bestemt type af projekter. Her forekommer det naturligvis rimeligt at antage, at en del af usikkerheden er *fælles* for alle virksomheder i branchen, mens en del kan være *specifik* for den enkelte virksomhed. Med et sådant fælleselement i usikkerheden har vi således, at det specifikke signal for virksomheden

---

<sup>31</sup>Vi vender tilbage til dette nedenfor, når vi diskuterer tilfældet, hvor principalen har flere agenter.

påvirkes af agentens indsats, en virksomhedsspecifik usikkerhed samt en generel, fælles brancheusikkerhed. Det generelle branchesignal aggregerer omvendt de forskellige virksomheders specifikke usikkerhed og den fælles brancheusikkerhed. Virksomhedens specifikke signal kunne således skrives som

$$x = e + \varepsilon_s + \varepsilon_c$$

hvor  $\varepsilon_s$  og  $\varepsilon_c$  er realisationer af uafhængige stokastiske variabler, der hhv. repræsenterer den virksomhedsspecifikke usikkerhed og den fælles (*common*) brancheusikkerhed. Det ekstra branchesignal kunne skrives som

$$\omega = \bar{\omega} + \varepsilon_c$$

hvor  $\bar{\omega}$  kunne være et (lav-variant) branchegennemsnit, der aggregerer den uafhængige, virksomhedsspecifikke støj på tværs af virksomhederne, mens  $\varepsilon_c$  igen repræsenterer den fælles brancheusikkerhed (f.eks. variationer i markedsefterspørgslen). Variansen i  $\omega$  hidhører således primært fra den fælles brancheusikkerhed, der også indgår i  $x$ . Da  $\varepsilon_c$  er det samme i de to udtryk, og dermed perfekt positivt korrelerede, følger, at  $x$  og  $\omega$  er positivt korrelerede. Anvendes modellen ovenfor<sup>32</sup> konkluderer vi, at  $\gamma$  optimalt skal fastsættes som

$$\gamma = -\frac{\sigma_{\varepsilon_c}^2}{\sigma_{\bar{\omega}}^2 + \sigma_{\varepsilon_c}^2}$$

Vi ser således, at jo større del af variansen i signalet  $\omega$  hidhører fra den fælles brancheusikkerhed,  $\sigma_{\varepsilon_c}^2$ , des tættere skal  $\gamma$  være på  $-1$ . I grænsen, hvor branchegennemsnittet er deterministisk,  $\sigma_{\bar{\omega}}^2 = 0$ , sættes  $\gamma = -1$ . Aflønningskontrakten reducerer da til

$$\begin{aligned} w(x, \omega) &= \alpha + \beta(x - \omega) \\ &= \alpha + \beta(e + \varepsilon_s + \varepsilon_c - \bar{\omega} - \varepsilon_c) \\ &= \alpha + \beta(e - \bar{\omega}) + \beta\varepsilon_s \end{aligned}$$

I dette specieltilfælde kan vi således tale om, at agenten i aflønningskontrakten underkastes *bench-marking* mod branchegennemsnittet  $\bar{\omega}$ . Bemærk i øvrigt, at for fastholdt  $\beta$  nedbringes variansen i agentens aflønning fra  $\beta^2(\sigma_{\varepsilon_s}^2 + \sigma_{\varepsilon_c}^2)$  til  $\beta^2\sigma_{\varepsilon_s}^2$  ved at gå fra kontrakten  $w(x) = \alpha + \beta x = \alpha + \beta e + \beta\varepsilon_s + \beta\varepsilon_c$  til kontrakten  $w(x, \omega) = \alpha + \beta(x - \omega) = \alpha + \beta(e - \bar{\omega}) + \beta\varepsilon_s$ . Den mere generelle kontrakt isolerer derfor agenten fuldstændigt fra den generelle, brancheusikkerhed, og den resterende usikkerhed hidhører alene fra virksomhedsspecifikke forhold. Når den samlede varians på signalet falder følger derfor,

---

<sup>32</sup>Lad  $\sigma_{\varepsilon_s}^2$  og  $\sigma_{\varepsilon_c}^2$  være varianserne på hhv.  $\varepsilon_s$  og  $\varepsilon_c$ . Lad endelig  $\sigma_{\bar{\omega}}^2$  udtrykke den samlede varians på det observerede  $\bar{\omega}$ .

at  $\beta$  og  $e$  ikke fastholdes ved overgangen til den mere generelle kontrakt, men *begge stiger* fra løsningen

$$\beta_1 = \frac{P'(e_1)}{1 + rc''(e_1)(\sigma_{\varepsilon_s}^2 + \sigma_{\varepsilon_c}^2)}, \beta_1 = c'(e_1)$$

til løsningen

$$\beta_2 = \frac{P'(e_2)}{1 + rc''(e_2)\sigma_{\varepsilon_s}^2}, \beta_2 = c'(e_2)$$

Den illustrerede form for *bench-marking* tillader derfor en højere incitamentsintensitet med deraf følgende højere indsats fra agentens side.

### 5.1.2. Flere agenter

Et anden naturlig fortolkning af modellen kan være, at principalen har en flerhed af agenter, der er engageret til at løse beslægtede opgaver. Principalen observerer således et signal for hver agent, og kan derfor basere hver enkelt agents aflønning på alle disse signaler.

For at illustrere skal vi nærmere betragte tilfældet, hvor principalen har to agenter - kaldet  $A$  og  $B$ . Som resultat af  $A$ s indsats observeres signalet  $x_A$  givet som

$$x_A = e_A + \varepsilon_A$$

hvor  $\varepsilon_A$  er normalfordelt med middelværdi 0 og varians  $\sigma_A^2$ ,  $\varepsilon_A \sim N(0, \sigma_A^2)$ . Tilsvarende observeres for  $B$  signalet givet som

$$x_B = e_B + \varepsilon_B$$

hvor  $\varepsilon_B$  er normalfordelt med middelværdi 0 og varians  $\sigma_B^2$ ,  $\varepsilon_B \sim N(0, \sigma_B^2)$ . Endelig benævnes kovariansen mellem  $\varepsilon_A$  og  $\varepsilon_B$  som  $\sigma_{AB}$ .

De to agenter tilbydes kontrakter af typen

$$\begin{aligned} w_A(x_A, x_B) &= \alpha_A + \beta_A x_A + \varphi_A x_B \\ &= \alpha_A + \beta_A (x_A + \gamma_A x_B) \\ &= \alpha_A + \beta_A (e_A + \varepsilon_A + \gamma_A (e_B + \varepsilon_B)) \end{aligned}$$

hvor  $\gamma_A = \frac{\varphi_A}{\beta_A}$  og  $s_A = x_A + \gamma_A x_B$  er det samlede signal om  $A$ s indsats, og

$$\begin{aligned} w_B(x_B, x_A) &= \alpha_B + \beta_B x_B + \varphi_B x_A \\ &= \alpha_B + \beta_B (x_B + \gamma_B x_A) \\ &= \alpha_B + \beta_B (e_B + \varepsilon_B + \gamma_B (e_A + \varepsilon_A)) \end{aligned}$$

hvor  $\gamma_B = \frac{\varphi_B}{\beta_B}$  og  $s_B = x_B + \gamma_B x_A$  er det samlede signal om  $B$ s indsats.

Dette *set-up* ses umiddelbart at være en version af modellen i begyndelsen af afsnittet. Betragter vi først forholdet mellem principalen og agent  $A$ , er det som om principalen observerer det specifikke signal  $x_A = e_A + \varepsilon_A$ , der er relateret direkte til  $A$ s indsats, og det ekstra signal  $x_B = e_B + \varepsilon_B$ . Betragter vi dernæst forholdet mellem principalen og agent  $B$ , er det som om principalen observerer det specifikke signal  $x_B = e_B + \varepsilon_B$ , der er relateret direkte til  $B$ s indsats, og det ekstra signal  $x_A = e_A + \varepsilon_A$ . For hver af agenterne kan vi således umiddelbart anvende resultaterne ovenfor. For at maksimere  $TCE$  i hver af relationerne (og dermed den samlede  $TCE$  på tværs af agenterne) minimeres signalernes varians, og det følger at  $\gamma_A$  og  $\gamma_B$  fastsættes som

$$\gamma_A = -\rho \frac{\sigma_A}{\sigma_B}$$

og

$$\gamma_B = -\rho \frac{\sigma_B}{\sigma_A}$$

hvor  $\rho = \frac{\sigma_{AB}}{\sigma_A \sigma_B}$ . De optimale kontrakter har derfor formen

$$w_A(x_A, x_B) = \alpha_A + \beta_A \left( x_A - \rho \frac{\sigma_A}{\sigma_B} x_B \right) \quad (5.2)$$

og

$$w_B(x_B, x_A) = \alpha_B + \beta_B \left( x_B - \rho \frac{\sigma_B}{\sigma_A} x_A \right) \quad (5.3)$$

De minimerede signal-varianser er

$$V_{s_A} = (1 - \rho^2) \sigma_A^2$$

og

$$V_{s_B} = (1 - \rho^2) \sigma_B^2$$

mens de optimale incitamentsintensiteter er givet som

$$\beta_A = \frac{P'_A(e_A)}{1 + r_A c''_A(e_A) (1 - \rho^2) \sigma_A^2}, \beta_A = c'_A(e_A)$$

og

$$\beta_B = \frac{P'_B(e_B)}{1 + r_B c''_B(e_B) (1 - \rho^2) \sigma_B^2}, \beta_B = c'_B(e_B)$$

Ved at anvende begge signaler ved aflønningen af begge agenter sænkes varianserne fra hhv.  $\sigma_A^2$  og  $\sigma_B^2$  til hhv.  $(1 - \rho^2) \sigma_A^2$  og  $(1 - \rho^2) \sigma_B^2$ . Som ovenfor fører dette til et forøget optimalt incitamentspres for begge agenter og tilsvarende forøget indsats fra begge.

Antag nu at agenterne ligner hinanden, i den forstand at de har samme risikotolerance,  $r_A = r_B$ , og samme dis-nytte af indsats,  $c_A(e) = c_B(e)$ .<sup>33</sup> Antag endvidere, at projekterne ligner hinanden, i den forstand at agenternes muligheder for at påvirke udfaldet er ens,  $P_A(e) = P_B(e)$ , og varianserne på de underliggende stokastiske variable er ens,  $\sigma_A^2 = \sigma_B^2$ .<sup>34</sup> Under disse betingelser har vi, at de to agenter optimalt skal tilbydes ens kontrakter af typen<sup>35</sup>

$$w_A(x_A, x_B) = \alpha + \beta(x_A - \rho x_B) \quad (5.4)$$

og

$$w_B(x_B, x_A) = \alpha + \beta(x_B - \rho x_A) \quad (5.5)$$

Disse kontrakter minder om en art *konkurrence* mellem agenterne, hvor de underkastes *bench-marking mod hinanden*. Dette ses bedst hvis vi *arbitrært* erstatter de ovenstående kontrakter med følgende, nært beslægtede kontrakter

$$w_A(x_A, x_B) = \alpha + \beta(x_A - x_B) = \alpha + \tilde{\beta}(x_A - \bar{x}) \quad (5.6)$$

og

$$w_B(x_B, x_A) = \alpha + \beta(x_B - x_A) = \alpha + \tilde{\beta}(x_B - \bar{x}) \quad (5.7)$$

hvor  $\tilde{\beta} = 2\beta$  og  $\bar{x} = \frac{x_A + x_B}{2}$  er gennemsnittet af de to agents *performance*. Under denne kontraktform får en agent en basisløn, hvortil kommer et tillæg hvis han klarer sig bedst af de to (vinder konkurrencen) eller et fradrag hvis han klarer sig værst af de to (taber konkurrencen). For  $\rho$  tæt på 1 (nær perfekt positiv korrelation) er denne kontraktform tæt på at være optimal, da (5.6) og (5.7) går mod (5.4) og (5.5) for  $\rho \rightarrow 1$ .

Hvis antallet af agenter er større end to, er der forskellige variationer af (5.6) og (5.7), der er simple og samtidig kan være incitamentsskabende. Med et vilkårligt antal agenter,  $n \geq 2$ , er den naturlige generalisering en kontrakt af typen

$$w_i = \hat{\alpha} + \hat{\beta}(x_i - \bar{x}) \quad (5.8)$$

---

<sup>33</sup>I praksis er der naturligvis ikke to agenter, der er ens i denne forstand. Så fortolkningen af de følgende går mere i retning af, at principalen vurderer agenterne som om de er identiske. Det kan enten skyldes, at principalen ikke kender detaljerne omkring forskellige agents risiko-tolerance og dis-nytte af indsats (en såre realistisk antagelse), eller, at principalen via overenskomster eller lovgivning er tvunget til at tilbyde agenterne tilnærmelsesvist ens kontrakter for ens arbejde (se nedenfor).

<sup>34</sup>Dette eksperiment synes rimeligt, al den stund det var eksistensen af en flerhed af agenter i lignende situationer, der motiverede afsnittet. Som eksempler, der tilnærmelsesvis passer på disse antagelser kan nævnes håndværkere, der arbejder for samme arbejdsgiver med nogenlunde ens jobbeskrivelser, og sælgere, der arbejder for samme virksomhed og i salgsterritorier, der har nogenlunde samme kundesammensætning.

<sup>35</sup>Dette ses umiddelbart ved indsættelse i (5.2) og (5.3).

hvor  $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j$  stadig er gennemsnittet af agenternes *performance*. D.v.s. de som klarer sig bedre end gennemsnittet,  $\bar{x}$ , modtager betaling udover den faste aflønning, mens de der klarer sig værre end gennemsnittet afkræves et fradrag.

En anden velkendt variation er følgende type af kontrakt

$$\begin{aligned} w_i &= \widehat{\alpha} + \widehat{\beta}x_i & \text{hvis } x_i = \max\{x_1, x_2, \dots, x_n\} \\ &= \widehat{\alpha} & \text{ellers} \end{aligned} \quad (5.9)$$

Den  $i$ 'te agent får m.a.o. en bonus oven i den faste løn hvis og kun han har leveret det bedste resultat blandt alle principalens agenter. Der findes nærmest endeløse variationer over denne form for medarbejderkonkurrence. Mere velkendt er måske, at vinderens bonus ikke er bundet specifikt til hans resultat, men snarere består af et præannonceret beløb eller består i, at vinderen forfremmes med udsigt til et permanent løft i basis aflønningen. Desuden gives eksempler på bonus, der afhænger af agentens placering i konkurrencen mellem agenterne.<sup>36</sup>

Endelig skal vi nævne en beslægtet kontrakt af formen

$$\begin{aligned} w_i &= \alpha' + B & \text{hvis } x_i \geq x^{\text{target}} \\ &= \alpha' & \text{ellers} \end{aligned} \quad (5.10)$$

som indebærer, at agenten opnår en fast bonus,  $B$ , hvis og kun hvis en given målsætning nås.<sup>37</sup>

Set fra en optimalitetsbetragtning har alle disse velkendte variationer over kontrakter, hvor en agents aflønning afhænger enten af hvordan han klarer sig i forhold til andre agenter, eller af hvordan han klarer sig i forhold til på forhånd fastsatte målsætninger, nogle afgørende svagheder i forhold til de optimale, lineære kontrakter af typen i (5.2) og (5.3), hvor den eksisterende information anvendes effektivt.<sup>38</sup>

Styrken ved f.eks.

$$w_A(x_A, x_B) = \alpha_A + \beta_A(x_A - \rho \frac{\sigma_A}{\sigma_B} x_B)$$

er, at den (især i en praktisk virkelighed) er *robust*, *ikke-manipulérbar* og *underkaster agenten et konstant incitamentspres*, hvilket vi kort skal prøve at beskrive.<sup>39</sup> For det

<sup>36</sup>Dette benævnes i litteraturen en *rank-order tournament*.

<sup>37</sup>Dette benævnes i litteraturen et *target incentive scheme*.

<sup>38</sup>Vi bemærker at kontrakter af formen i (5.2) og (5.3) relativt enkelt kan generaliseres til tilfælde med vilkårlige antal agenter  $n \geq 2$ .

<sup>39</sup>Disse er centrale omdrejningspunkter for Holmström & Milgrom (1987, 1991). 1987-papiret er relativt teknisk, idet det anvender elementer af både real analyse og sandsynlighedsteori, der for den utrænede læser kan forekomme uigennemskuelige. Er man derimod villig til at acceptere matematiske resultater, man muligvis ikke helt forstår, giver 1991-papiret en fremragende oversigt over utallige praktiske anvendelser af disse. Under alle omstændigheder er disse bidrag til faglitteraturen *sine qua non*, hvis man skal nå en dybere erkendelse af de fundamentale principper bag optimalt kontrakt design.



første er ovenstående teoretiske model en idealisering, der ignorerer at kontrakten typisk dækker en periode i hvilken en agent mere eller mindre kontinuerligt kan justere sin indsats og løbende observere delresultater, mens principalen kun med mellemrum modtager aggregerede registreringer af agentens *performance*. Principalen må således nødvendigvis basere sin “styring” af agentens indsats og dermed projektet på disse aggregater. Holmström & Milgrom (1987) viser netop, at kontrakter, der er lineære i disse aggregater (d.v.s. kontrakter af den form vi betragter her), faktisk er optimale i klassen af alle mulige kontrakter. Mere “sofistikerede”, ikke-lineære aflønningsformer vil faktisk være kontra-produktive, når agenten løbende kan finjustere sin indsats.

Vi kan f.eks. illustrere dette med reference til kontrakten i (5.10). Hvis agenten tidligt i perioden konkluderer, at  $x^{\text{target}}$  er urealistisk p.g.a. en meget lav realisation af den stokastiske variabel, da giver kontrakten pludselig intet incitament for agenten til at yde en indsats i den resterende del af perioden. Omvendt, hvis agenten er heldig allerede tidligt i perioden at nå  $x^{\text{target}}$  p.g.a. en meget høj realisation af den stokastiske variabel, da giver kontrakten igen intet incitament for agenten til at yde en indsats i den resterende del af periode. Modsat giver den lineære kontrakt et konstant incitamentspres gennem hele perioden, idet marginale forbedringer af agentens (målte) *performance* konstant belønnes med en andel, der svarer til hældningen på incitamentskontrakten.

På tilsvarende vis kan vi illustrere med reference til (5.9). Hvis en agent tidligt i en periode erkender, at det er umuligt at vinde medarbejderkonkurrencen, og dermed opnå præmien eller advancementet, da giver kontrakten intet incitament for agenten til at yde en indsats i den resterende del af perioden.<sup>40</sup> Omvendt giver den lineære kontrakt fortsat et indsatsincitament, selvom en agent starter perioden med dårlige resultater.

Endelige vil vi bemærke, at forsøg på at betinge aflønning på delresultater og på ikke-lineær vis repræsenterer en invitation til manipulation fra agentens side. Hvis kontrakten er ikke-lineær og agenten kan påvirke timingen af hans *målte performance*, da vil han naturligvis prøve på hele tiden at opnå den højeste marginale aflønning. Dette vil generelt invitere til uhensigtsmæssig fremskyndelse eller forsinkelse af indsats. Den eneste kontrakt, der ikke tillader denne form for manipulation er en lineær kontrakt.

## 5.2. Overvågning og incitamentsintensitet

Lad os genkalde, at den samlede værdi i relationen mellem  $P$  og  $A$  kan skrives som

$$TCE = P(e) - c(e) - \frac{r}{2}\beta^2 V_s$$

hvor  $\beta$  er bestemt ved

$$\beta = \frac{P'(e)}{1 + rc''(e)V_s}$$

---

<sup>40</sup>Bemærk at en *rank-order tournament* virker mere hensigtsmæssig, idet placeringen i turneringen og ikke blot muligheden for den ultimative gevinst ved at vinde påvirker agentens aflønning.

Både  $TCE$  og  $\beta$  er således aftagende i  $V_s$ .  $P$  har derfor en selvstændig interesse i at prøve aktivt at nedbringe signal-variansen,  $V_s$ , for derved at forøge den samlede værdi af projektet for given incitamentsintensitet  $\beta$ . En oplagt mulighed for principalen er at overvåge agenten. Overvågning er dog forbundet med omkostninger. Lad os antage, at uden aktiv overvågning er variansen givet som  $V_s$  ovenfor, mens principalen ved at afholde omkostningen  $c_m(V) > 0$  kan nedbringe variansen på signalet til  $V < V_s$ . Lad  $c_m(V)$  være defineret for  $V \in (0, V_s]$ , hvor  $c_m(V_s) = 0$  (ingen overvågningsomkostninger uden overvågning) og  $c_m(V) \rightarrow \infty$  for  $V \rightarrow 0$  (uendeligt store omkostninger ved at nedbringe variansen til 0). Antag endvidere, at  $c_m(\cdot)$  er (to gange kontinuert) differentiabel og konveks, d.v.s.  $c'_m(\cdot) < 0$  og  $c''_m(\cdot) > 0$ .

Med denne notation kan vi skrive den samlede nettoværdi af projektet for given incitamentsintensitet som

$$TCE = P(e) - c(e) - \frac{r}{2}\beta^2V - c_m(V)$$

Denne skal maksimeres m.h.t.  $e$  og  $V$  under bibetingelsen  $\beta = c'(e)$ , og vi konkluderer at

$$\beta = \frac{P'(e)}{1 + rc''(e)V} \text{ bestemmer } \beta(V), \text{ hvor } \beta'(V) < 0$$

og

$$\frac{r}{2}\beta^2 = c'_m(V) \text{ bestemmer } V(\beta), \text{ hvor } V'(\beta) < 0$$

der leder til følgende princip.

**OVERVÅGNINGSINTENSITETSPRINCIPPET** (*Milgrom-Roberts*): Hvis  $\beta' > \beta$ , da gælder  $V(\beta') < V(\beta)$ . M.a.o., når det er optimalt at gøre aflønningen meget følsom over for projektafkastet, da er det ligeledes optimalt for principalen at overvåge agenten omhyggeligt.

Dette kan alternativt formuleres ved at sige, at incitamentsintensitet og overvågningsintensitet er komplementære redskaber i hænderne på principalen: Det ene redskab styrker effekten af det andet, og de skal derfor optimalt bruges side om side. Hvis principalen udstyrer agenten med en "stejl" incitamentskontrakt, højt  $\beta$ , tenderer dette mod at gøre agentens aflønning meget variabel. Dette betyder, at agenten skal tilbydes en betydelig risikopræmie for at acceptere kontrakten. For at økonomisere med denne risikopræmie er det derfor optimalt for principalen at afholde en betydelig udgift til overvågning og den dermed associerede nedbringelse af varians og risikopræmie.

### 5.3. Flere dimensioner

Projektet, som agenten skal udføre, er ofte fler-dimensionelt. Det betyder, at agenten muligvis skal udstyres med en mere kompliceret kontrakt, der giver ham de rette incitamentter til at yde indsats i alle de relevante dimensioner. På den anden side afhænger

anvendeligheden af incitamentskontrakter både af agentens mulighed for og interesse i at substituere sin indsats mellem de forskellige dimensioner (f.eks. økonomisering af materialeforbrug contra maksimering af output) og af præcisionen af de signaler principlen modtager vedrørende projektets forskellige dimensioner (signaler vedr. mængder contra signaler vedr. kvalitet). Endelig må principlen i et fler-dimensionelt projekt overveje en mulig optimal arbejdsdeling mellem forskellige agenter (*generalister* contra forskellige typer af *specialister*).

### 5.3.1. *Multi-tasking*, substitutabilitet og komplementaritet

Først holder vi antallet af dimensioner fast og udvider den ovenstående analyse. Lad os anskue problemet generelt, hvor agentens indsats i  $K$  dimensioner er  $e = (e_1, e_2, \dots, e_K)$ , med hvilken der er forbundet et forventet projektafkast  $P(e_1, e_2, \dots, e_K)$ , mens agentens samlede indsatsomkostning er  $c(e_1, e_2, \dots, e_K)$ . Vedr. den  $k$ 'te dimension observeres signalet  $x_k = e_k + \varepsilon_k$ , hvor  $\varepsilon_k$  har middelværdi 0 og varians  $\sigma_k^2$ , mens kovariansen mellem  $\varepsilon_k$  og  $\varepsilon_l$  benævnes  $\sigma_{kl}$ . Som i det foregående tilbydes agenten en kontrakt af typen

$$w(x_1, x_2, \dots, x_K) = \alpha + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_K x_K$$

Vektoren af incitamentsintensiteter benævnes  $\beta$ . Vi antager at både  $P(e_1, e_2, \dots, e_K)$  og  $c(e_1, e_2, \dots, e_K)$  er kontinuert differentiable (af den krævede orden). De første-afledte af  $P(e_1, e_2, \dots, e_K)$  m.h.t.  $e_k$  benævnes  $P_k(e_1, e_2, \dots, e_K) > 0$ . Vektoren af første-afledte kaldes  $P'$ . De første-afledte af  $c(e_1, e_2, \dots, e_K)$  benævnes  $c_k(e_1, e_2, \dots, e_K) > 0$ , mens de anden-afledte benævnes  $c_{kk}(e_1, e_2, \dots, e_K)$  og  $c_{kl}(e_1, e_2, \dots, e_K) = c_{lk}(e_1, e_2, \dots, e_K)$ .<sup>41</sup> Lad endelig  $I$  betegne enhedsmatricen af rang  $K$ ,  $[c_{kl}]$  indsatsomkostningsfunktionens *Hesse*-matrix og  $\Sigma$  varians-kovarians-matricen for de stokastiske variable.

$TCE$  kan skrives som

$$TCE = P(e_1, e_2, \dots, e_K) - c(e_1, e_2, \dots, e_K) - \frac{r}{2} \beta^T \Sigma \beta$$

og denne maksimeres under bibetingelse af, at agenten (givet kontrakten) maksimerer

$$Eu = \alpha + \beta_1 e_1 + \beta_2 e_2 + \dots + \beta_K e_K - c(e_1, e_2, \dots, e_K) - \frac{r}{2} \beta^T \Sigma \beta$$

Det følger nu (se Holmström & Milgrom (1991)), at vektoren af incitamentsintensiteter optimalt bestemmes som

$$\beta = [I + r[c_{kl}]\Sigma]^{-1} P' \tag{5.11}$$

for så vidt som  $e_k > 0, \forall k$ . Dette er blot den naturlige generalisation af *incitamentsintensitetsprincippet* ovenfor.

---

<sup>41</sup> Senere skal vi gøre antagelser om de anden-afledte for at sikre problemets regularitet.

Det fremgår tydeligt af dette, at de individuelle incitamentsintensiteter for indsats i specifikke dimensioner afhænger af hele matricen af anden-afledte af indsatsomkostningsfunktionen,  $[c_{kl}]$ , og af hele varians-kovarians-matricen for de stokastiske variable,  $\Sigma$ . M.a.o., for at designe en optimal kontrakt er det vigtigt for principlen at anskue hele projektet under ét. (5.11) er i det generelle tilfælde ganske kompliceret, og vi skal nedenfor betragte et par specialtilfælde, der illustrerer nogle af de yderligere begrænsninger, der er på principlens brug af incitamentskontrakter, når projektet er fler-dimensionelt.

Vi betragter først tilfældet, hvor projektet er to-dimensionelt. Vi kan således definere agentens indsats som  $e = (e_1, e_2)$ , med hvilken der er forbundet et forventet projektafkast  $P(e_1, e_2)$ , mens agentens samlede indsatsomkostning er  $c(e_1, e_2)$ . Vedr. den første dimension observeres signalet  $x_1 = e_1 + \varepsilon_1$ , hvor  $\varepsilon_1$  har middelværdi 0 og varians  $\sigma_1^2$ . For den anden dimension observeres signalet  $x_2 = e_2 + \varepsilon_2$ , hvor  $\varepsilon_2$  har middelværdi 0 og varians  $\sigma_2^2$ . Af hensyn til den efterfølgende diskussion kan vi omtale  $x_1$  som et mængdesignal og  $x_2$  som et kvalitetssignal. For ikke unødigt at komplicere fremstillingen skal vi endvidere antage at  $\varepsilon_1$  og  $\varepsilon_2$  er uafhængige, d.v.s.  $\sigma_{12} = 0$ .  $\Sigma$  reducerer da til

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 \end{bmatrix}$$

Endelig antager vi at følgende standardregularitetsbetingelser holder:  $c_{11}(e_1, e_2) > 0$ ,  $c_{22}(e_1, e_2) > 0$  og  $c_{11}(e_1, e_2)c_{22}(e_1, e_2) - (c_{12}(e_1, e_2))^2 > 0$ .

Som i det foregående tilbydes agenten en kontrakt af typen

$$w(x_1, x_2) = \alpha + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2$$

$TCE$  er nu

$$TCE = P(e_1, e_2) - c(e_1, e_2) - \frac{r}{2}\beta_1\sigma_1^2 - \frac{r}{2}\beta_2\sigma_2^2$$

som principlen maksimerer under bibetingelserne

$$\beta_1 = c_1(e_1, e_2)$$

og

$$\beta_2 = c_2(e_1, e_2)$$

hvilket fører til

$$\begin{aligned} \beta_1 &= \frac{P_1(e_1, e_2) + r(c_{22}(e_1, e_2)P_1(e_1, e_2) - c_{12}(e_1, e_2)P_2(e_1, e_2))\sigma_2^2}{(1 + rc_{11}(e_1, e_2)\sigma_1^2)(1 + rc_{22}(e_1, e_2)\sigma_2^2) - r^2(c_{12}(e_1, e_2))^2\sigma_1^2\sigma_2^2} & (5.12) \\ &= \frac{P_1 + r(c_{22}P_1 - c_{12}P_2)\sigma_2^2}{(1 + rc_{11}\sigma_1^2)(1 + rc_{22}\sigma_2^2) - r^2(c_{12})^2\sigma_1^2\sigma_2^2} \end{aligned}$$

og

$$\begin{aligned}\beta_2 &= \frac{P_2(e_1, e_2) + r(c_{11}(e_1, e_2)P_2(e_1, e_2) - c_{12}(e_1, e_2)P_1(e_1, e_2))\sigma_1^2}{(1 + rc_{11}(e_1, e_2)\sigma_1^2)(1 + rc_{22}(e_1, e_2)\sigma_2^2) - r^2(c_{12}(e_1, e_2))^2\sigma_1^2\sigma_2^2} \quad (5.13) \\ &= \frac{P_2 + r(c_{11}P_2 - c_{12}P_1)\sigma_1^2}{(1 + rc_{11}\sigma_1^2)(1 + rc_{22}\sigma_2^2) - r^2(c_{12})^2\sigma_1^2\sigma_2^2}\end{aligned}$$

hvor vi ved de sidste lighedstegn blot har “elimineret” afkast- og omkostningsfunktionernes afhængighed af agentens indsats. Omend dette stadig ser kompliceret ud, kan det bruges til at illustrere to særligt interessante tilfælde.

(1) Antag at de to dimensioner er mængde og kvalitet. Mængde måles som  $x_1 = e_1 + \varepsilon_1$ , hvor variansen på  $\varepsilon_1$  ( $\sigma_1^2$ ) er beskeden, mens kvalitet slet ikke kan måles af principlen, hvilket formelt svarer til at sætte variansen  $\sigma_2^2 = \infty$ . Hermed reducerer udtrykkene for incitamentsintensiteterne til

$$\beta_1 = \frac{P_1(1 - \frac{c_{12}P_2}{c_{22}P_1})}{1 + r^2c_{11}(1 - \frac{(c_{12})^2}{c_{11}c_{22}})\sigma_1^2} \quad (5.14)$$

(hvor parantesen i nævneren er strengt positiv givet vores regularitetsantagelser) og

$$\beta_2 = 0$$

For det første ser vi således - ikke overraskende - at der ikke eksplicit kan gives agenten incitamentet til at yde indsats i kvalitetsdimensionen. Mere interessant er det, hvordan den optimale incitamentsintensitet i mængdedimensionen som givet i (5.14) påvirkes af, at principlen tager højde for kvalitetsdimensionen, på trods af at han ikke har noget brugbart signal om kvalitet. Start med tilfældet hvor  $c_{12} = 0$ , hvilket betyder at agentens omkostningsfunktion er (additivt) separabel i de to indsatsdimensioner, d.v.s. funktionen er af typen  $c(e_1, e_2) = \tilde{c}(e_1) + \hat{c}(e_2)$ . (5.14) reducerer således til

$$\beta_1 = \frac{P_1}{1 + r^2c_{11}\sigma_1^2}$$

Vi ser nu at tælleren i (5.14) påvirkes negativt hvis  $c_{12} > 0$  og positivt hvis  $c_{12} < 0$ . Verbalt siger  $c_{12} > 0$ , at indsatsen i de to dimensioner er substitutter set fra agentens synspunkt, i den forstand at stor indsats i en dimension gør marginalomkostningen ved indsats i den anden dimension stor. M.a.o., hvis agenten gives et stærkt incitament til indsats i mængdedimensionen tenderer dette at ske på bekostning af indsats i kvalitetsdimensionen. Som følge heraf skal principlen nedjustere indsatsincitamentet i den målbare dimension. Hvis derimod  $c_{12} < 0$ , da er indsats i de to dimensioner komplementære set fra agentens synspunkt, i den forstand at en stor indsats i en dimension gør

marginalomkostningen ved indsats i den anden mindre. Generelt trækker dette i retning af, at principalen kan tillade sig at forøge indsatsincitamentet i mængdedimensionen. Disse bemærkninger afspejler følgende generelle princip.

*Indsats i en given dimension kan enten direkte stimuleres ved at forøge det incitamentspresset i denne dimension eller ved at justere incitamentspresset i andre dimensioner (andre aktiviteter). Hvorvidt indsatsen i en given dimension stimuleres ved at forøge eller formindske incitamentspresset i andre dimensioner afhænger af om aktiviteterne er substitutter eller komplementære set fra agentens synspunkt.*

(2) Antag stadig at de to dimensioner er mængde og kvalitet, men antag nu specifikt at agentens omkostningsfunktion er af formen

$$c(e_1, e_2) = C(e_1 + e_2)$$

M.a.o., agentens dis-nytte af indsats er en funktion af hans samlede indsats i de to dimensioner. For at dette giver mening kræves naturligvis, at indsatsen i de to dimensioner har den samme metrik. Vi skal derfor omtale indsats som noget der måles i tid. Set fra agentens synspunkt er tid anvendt i de to dimensioner således perfekte substitutter. Hvis agenten skal allokere strengt positive mængder af tid i begge dimensioner må derfor gælde at

$$\beta_1 = c_1(e_1, e_2) = C'(e_1 + e_2)$$

og

$$\beta_2 = c_2(e_1, e_2) = C'(e_1 + e_2)$$

hvilket umiddelbart fører til

$$\beta_1 = \beta_2 = C'(e_1 + e_2)$$

Med  $K$  dimensioner generaliserer dette til

$$\beta_1 = \beta_2 = \dots \beta_K = C'(e_1 + e_2 + \dots + e_K)$$

hvis agenten skal allokere strengt positive mængder af tid til alle projektets dimensioner. Vi har følgende princip.

**INCITAMENTSPARITETSPRINCIPPET** (*Holmström-Milgrom-Roberts*):

Hvis indsats i projektets forskellige dimensioner er *perfekt substituérbar* set fra agentens side, da skal incitamentspresset være sammenfaldende i alle dimensioner, hvor der ønskes positiv indsats.

Bemærk hvor generelt dette resultat er: Resultatet baserer sig alene på egenskaber ved agentens omkostningsfunktion og er uafhængigt af afkastfunktionen,  $P$ , og den eventuelle samvariation mellem stokastiske variabler, der påvirker projektets forskellige dimensioner,  $\Sigma$ .

I den to-dimensionelle model med  $c(e_1, e_2) = C(e_1 + e_2)$ , har vi  $c_1 = c_2 = C'(e_1 + e_2) = C'$  og  $c_{11} = c_{22} = c_{12} = C''(e_1 + e_2) = C''$ . Incitamentsintensiteterne i (5.12) og (5.13) reducerer således til

$$\beta_1 = \frac{P_1 + r(c_{22}P_1 - c_{12}P_2)\sigma_2^2}{(1 + rc_{11}\sigma_1^2)(1 + rc_{22}\sigma_2^2) - r^2(c_{12})^2\sigma_1^2\sigma_2^2} = \frac{P_1 + (P_1 - P_2)rC''\sigma_2^2}{1 + rC''(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}$$

og

$$\beta_2 = \frac{P_2 + r(c_{11}P_2 - c_{12}P_1)\sigma_1^2}{(1 + rc_{11}\sigma_1^2)(1 + rc_{22}\sigma_2^2) - r^2(c_{12})^2\sigma_1^2\sigma_2^2} = \frac{P_2 + (P_2 - P_1)rC''\sigma_1^2}{1 + rC''(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}$$

For en indre løsning med positiv indsats i begge dimensioner kræves således  $P_1 = P_2 = \delta P$  samt

$$\beta_1 = \beta_2 = \tilde{\beta} = \frac{\delta P}{1 + rC''(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)} \quad (5.15)$$

Agentens samlede indsats (målt i tid),  $e_1 + e_2$ , bestemmes af dette udtryk sammen med  $\tilde{\beta} = C'(e_1 + e_2)$ . Med denne kontrakt er agenten indifferent mellem forskellige allokeringer af den samlede tid og er derfor villig til at følge en instruktion fra principalen, der allokerer tiden med henblik på at sætte marginalafkastet lig hinanden på tværs af dimensioner.

I tilfældet hvor  $e_1$  og  $e_2$  er perfekte substitutter kan (5.15) i øvrigt bruges til at illustrere *incitamentsparitetsprincippet* i en meget stærk form. Antag igen at den ene dimension er en mængdedimension, hvor signalvariansen er beskeden,  $\sigma_1^2 \approx 0$ , mens den anden dimension er en kvalitetsdimension, hvor signalvariansen er meget stor,  $\sigma_2^2 \rightarrow \infty$ . Da følger af (5.15), at  $\beta_1 = \beta_2 \approx 0$ . Så på trods af indsats i mængdedimensionen observeres næsten uden støj (således at den *rene mængdekontrakt* ville være overordentlig stejl), da er det alligevel optimalt for principalen at udstyre agenten med en flad aflønningskontrakt for at sikre at agenten også dedikerer tid til projektets kvalitetsdimension. M.a.o., hvis en strengt positiv indsats i kvalitetsdimensionen er *mission-critical*, da er en incitamentskontrakt kontra-produktiv, og det er i stedet optimalt at udstyre agenten med en flad aflønning.

Dette afsnit har forsøgt at afdække nogle principper for incitamentskontrakter, når projektet er fler-dimensionelt. Især når indsats i de forskellige dimensioner er substitutter set fra agentens side, og hvis afkastet i forskellige dimensioner måles med vidt forskellig usikkerhed, lægger dette en dramatisk dæmper på anvendeligheden af incitamentskontrakter. Vi så tidligere i det én-dimensionale tilfælde, at overvågning og incitament er komplementære redskaber i hænderne på principalen. Dette holder så

meget desto mere i en situation, hvor projektet er fler-dimensionelt, idet investering i overvågning kan rettes primært mod de afkastdimensioner, hvor signal-variansen i udgangspunktet er stor. Endvidere kan investering i overvågning rettes mod agentens anvendelse af tid i forskellige dimensioner, hvor dette er muligt, og dermed sænke substitutabiliteten mellem dimensionerne set fra agentens side. Endelig leder problemerne med at anvende incitamentskontrakter i visse typer af fler-dimensionelle projekter til spørgsmålet om optimalt *job design* (eller *task assignment*), som vi retter blikket mod nu.

### 5.3.2. *Task assignment og job design*

Udover overvågning og incitamentsafløbning indgår *job design* eller *task assignment* også som en valgvariabel for principalen, og vi nærmer os derfor en teori for optimalt job design eller organisationsdesign. Afledt af de foranstående problemer vedr. design af kontrakter til enkelt-agenter, i tilfældet hvor principalens projekt er fler-dimensionelt, vil vi kort opridse en model med to agenter, der skal udføre et to-dimensionelt projekt for principalen. Hovedspørgsmålet i det nedenstående er således at afgøre under hvilke betingelser enkelt-agenterne begge skal arbejde i flere dimensioner (*generalister*) og under hvilke betingelser enkelt-agenter kun skal arbejde i én dimension (*specialister*). Formålet er ultimativt at sige noget meget generelt om den *optimale bundtning* af opgaver.

I forhold til ovenstående skal vi specialisere modellen yderligere for at sikre, at den formelle analyse ikke løber ud af kontrol. Vi starter med at betragte en situation med kun én agent, der arbejder i begge dimensioner. Dernæst bringer vi en anden (i udgangspunktet identisk) agent ind i projektet.

*Én agent med fælleskontrol*

Antag at agenten har en omkostningsfunktion af typen

$$c(e_1, e_2) = \frac{1}{2}(e_1 + e_2)^2 - de_1e_2 = \frac{1}{2}e_1^2 + \frac{1}{2}e_2^2 - (d-1)e_1e_2, \text{ hvor } d \in (0, 2)$$

Vi bemærker at

$$c(e_1, 0) = \frac{1}{2}e_1^2, c(0, e_2) = \frac{1}{2}e_2^2$$

og

$$c(e_1, 0) + c(0, e_2) = \frac{1}{2}e_1^2 + \frac{1}{2}e_2^2$$

hvoraf følger

$$c(e_1, 0) + c(0, e_2) \underset{\geq}{\overset{\leq}{\cong}} c(e_1, e_2) \Leftrightarrow d \underset{\geq}{\overset{\leq}{\cong}} 1$$

Når  $c(e_1, 0) + c(0, e_2) \geq c(e_1, e_2)$  siges omkostningsfunktionen at være *sub-additiv*, hvilket blot udtrykker udtrykker en form for skala-økonomi eller omkostningskomplementaritet



på tværs af projektets dimensioner (summen af *stand-alone*-omkostningerne er større end de samlede omkostninger ved fælles-produktion). Vi kan således generelt sige, at for  $d > 1$  er indsatserne (omkostnings-)komplementære, for  $d = 1$  er de uafhængige (separable) mens de for  $d < 1$  er substitutter.<sup>42</sup> Disse komplementaritetsforhold vil spille en betydelig rolle nedenfor.

For såvidt angår de to relevante dimensioner observerer principalen signalerne  $x_1 = e_1 + \varepsilon_1$ , hvor  $\varepsilon_1$  har middelværdi 0 og varians  $\sigma_1^2$ , og  $x_2 = e_2 + \varepsilon_2$ , hvor  $\varepsilon_2$  har middelværdi 0 og varians  $\sigma_2^2$ . Af hensyn til den efterfølgende diskussion kan vi omtale  $x_1$  som et mængdesignal og  $x_2$  som et kvalitetssignal. For ikke unødigt at komplicere fremstillingen skal vi igen antage at  $\varepsilon_1$  og  $\varepsilon_2$  er uafhængige, d.v.s.  $\sigma_{12} = 0$ .

Agenten tilbydes en kontrakt af typen

$$w(x_1, x_2) = \alpha + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2$$

Given denne kontrakt løser agenten problemet

$$\max_{e_1, e_2} \left\{ \alpha + \beta_1 e_1 + \beta_2 e_2 - \frac{1}{2}(e_1 + e_2)^2 + d e_1 e_2 - \frac{r}{2} \beta_1^2 \sigma_1^2 - \frac{r}{2} \beta_2^2 \sigma_2^2 \right\}$$

Under de givne antagelser er dette problem passende regulært. Første-ordens-betingelserne kan skrives som

$$\beta_1 = e_1 - (d - 1)e_2$$

og

$$\beta_2 = e_2 - (d - 1)e_1$$

Vi løser for  $e_1$  og  $e_2$ ,

$$e_1 = \frac{\beta_1 + (d - 1)\beta_2}{1 - (d - 1)^2} = \frac{\beta_1 + (d - 1)\beta_2}{d(2 - d)}$$

og

$$e_2 = \frac{\beta_2 + (d - 1)\beta_1}{1 - (d - 1)^2} = \frac{\beta_2 + (d - 1)\beta_1}{d(2 - d)}$$

Vi kan således skrive den optimale indsats i hver dimension som funktion af incitamentsparametrene og komplementaritetsparameteren som

$$e_i(\beta_i, \beta_j, d) = \frac{\beta_i + (d - 1)\beta_j}{d(2 - d)}, i, j = 1, 2, i \neq j, d \in (0, 2)$$

---

<sup>42</sup>Vi kan kort binde an til notationen i det ovenstående ved at bemærke at  $c_{11} = c_{22} = 1$ ,  $c_{12} = 1 - d$  og  $c_{11}c_{22} - (c_{12})^2 = 1 - (1 - d)^2 = d(2 - d) > 0, \forall d \in (0, 2)$ . Vi har således at  $c_{12} \stackrel{\leq}{\leq} 0$  er ækvivalent med  $d \stackrel{\leq}{\leq} 1$ .

og den samlede indsats som

$$e_1 + e_2 = \frac{\beta_1 + \beta_2}{2 - d}$$

Vi konkluderer som følger:

- Den samlede indsats,  $e_1 + e_2$ , er voksende i det samlede incitamentspres,  $\beta_1 + \beta_2$ , for given komplementaritetsgrad,  $d$ .
- Den samlede indsats,  $e_1 + e_2$ , er voksende i komplementaritetsgraden,  $d$ , for givet samlet incitamentspres,  $\beta_1 + \beta_2$ .
- Hvis  $0 < d < 1$ , da er  $e_i$  aftagende i  $\beta_j$ . Når aktiviteterne er substitutter for agenten, da er indsatsen i dimension  $i$  aftagende i incitamentsstyrken vedr. dimension  $j$ .
- Når  $d \rightarrow 0$ , tenderer aktiviteterne mod at være perfekte substitutter, hvor omkostningsfunktionen har formen  $c(e_1, e_2) = \frac{1}{2}(e_1 + e_2)^2 = C(e_1 + e_2)$ . I grænsen skal gælde  $\beta_1 = \beta_2$  for at gøre positiv indsats i begge dimensioner mulig.
- Hvis  $d = 1$ , da er  $e_i$  uafhængig af  $\beta_j$ . Når aktiviteterne er uafhængige, da er indsatsen i dimension  $i$  upåvirket af incitamentsstyrken vedr. dimension  $j$ .
- I tilfældet  $d = 1$ , da har omkostningsfunktionen formen  $c(e_1, e_2) = \frac{1}{2}e_1^2 + \frac{1}{2}e_2^2 = \tilde{c}(e_1) + \tilde{c}(e_2)$ , og bestemmelsen af de to indsatsniveauer er uafhængige;  $\beta_1 = \tilde{c}'(e_1)$  og  $\beta_2 = \tilde{c}'(e_2)$ .
- Hvis  $1 < d < 2$ , da er  $e_i$  voksende i  $\beta_j$ . Når aktiviteterne er komplementære for agenten, da er indsatsen i dimension  $i$  voksende i incitamentsstyrken vedr. dimension  $j$ .
- Når  $d \rightarrow 2$ , tenderer aktiviteterne mod at være perfekt komplementære, hvor omkostningsfunktionen har formen  $c(e_1, e_2) = \frac{1}{2}(e_1 - e_2)^2$ . Hvis  $\beta_1 > 0$  og/eller  $\beta_2 > 0$  eksploderer løsningen.

For at lette fremstillingen skal vi antage  $b(x_1, x_2) = x_1 + x_2$  og  $P(e_1, e_2) = e_1 + e_2$ .  $TCE$  kan skrives som

$$TCE^J = e_1 + e_2 - \frac{1}{2}e_1^2 + \frac{1}{2}e_2^2 + (d - 1)e_1e_2 - \frac{r}{2}\beta_1^2\sigma_1^2 - \frac{r}{2}\beta_2^2\sigma_2^2 \quad (5.16)$$

Principalen maximerer m.h.t.  $e_1$  og  $e_2$  under bibetingelserne

$$\beta_1 = e_1 - (d - 1)e_2$$

og

$$\beta_2 = e_2 - (d-1)e_1$$

Efter nogen algebraisk manipulation finder vi (se Overgaard, 2003b)

$$\beta_1^J = \frac{1 + dr\sigma_2^2}{(1 + r\sigma_1^2)(1 + r\sigma_2^2) - (d-1)^2 r^2 \sigma_1^2 \sigma_2^2} \quad (5.17)$$

og

$$\beta_2^J = \frac{1 + dr\sigma_1^2}{(1 + r\sigma_1^2)(1 + r\sigma_2^2) - (d-1)^2 r^2 \sigma_1^2 \sigma_2^2} \quad (5.18)$$

hvor  $J$  betegner, at agenten er fællesansvarlig (*joint*) for begge projektets dimensioner. (5.17) og (5.18) er naturligvis sammenfaldende med (5.12) og (5.13) for den givne specifikation af modellen. Da omkostningsfunktionen er symmetrisk i de to indsatsdimensioner, har vi endvidere at

$$\frac{\beta_1^J}{\beta_2^J} = \frac{1 + dr\sigma_2^2}{1 + dr\sigma_1^2} \begin{matrix} \geq 1 \\ \leq 1 \end{matrix} \Leftrightarrow \sigma_1^2 \begin{matrix} \leq \\ \geq \end{matrix} \sigma_2^2$$

og vi konkluderer som følger.

- For  $d > 0$ , skal incitamentsintensiteten skal være størst i de dimension, hvor signalet har den mindste varians.
- $\beta_1^J, \beta_2^J \rightarrow \frac{1}{1+r(\sigma_1^2+\sigma_2^2)}$  for  $d \rightarrow 0$ . Når indsats i de to dimensioner går mod at være perfekte substitutter, skal incitamentspresset være dette samme i begge dimensioner (som vi allerede har set).
- $\beta_1^J = \frac{1}{1+r\sigma_1^2}$  og  $\beta_2^J = \frac{1}{1+r\sigma_1^2}$  for  $d = 1$ . Når indsats i de to dimensioner er uafhængige (fra omkostningssiden), går problemet mod at fuldt separabelt, således at optimalt incitamentspres i de to dimensioner er uafhængigt af hinanden.
- $\beta_1^J = \beta_2^J = \frac{1+dr\sigma^2}{(1+r\sigma^2)^2 - (d-1)^2 r^2 \sigma^4}$  for  $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$ .
- $\beta_1^J \rightarrow 1 - \frac{r(\sigma_1^2 - \sigma_2^2)}{1+r(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}$  og  $\beta_2^J \rightarrow 1 - \frac{r(\sigma_2^2 - \sigma_1^2)}{1+r(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}$  for  $d \rightarrow 2$ . D.v.s.  $\beta_1^J + \beta_2^J \rightarrow 2$ .

Endelig bemærker vi, at summen af incitamentsintensiteterne (der udtrykker det samlede incitamentspres på agenten) kan skrives som

$$\beta_1^J + \beta_2^J = \frac{2 + dr(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}{(1 + r\sigma_1^2)(1 + r\sigma_2^2) - (d-1)^2 r^2 \sigma_1^2 \sigma_2^2} \quad (5.19)$$

Denne ses umiddelbart at være voksende i graden af komplementaritet. Jo højere grad af komplementaritet, des højere skal det samlede incitamentspres således optimalt være.

*To agenter og separation af opgaver*

Alternativt kan principalen dele projektet op i to, og give to agenter ansvaret for hver sin dimension. Som tidligere benævner vi agenterne  $A$  og  $B$ .  $A$  tildeles ansvaret for første dimension og tilbydes kontrakten  $w_A(x_1) = \alpha_1 + \beta_1 x_1$ .  $B$  tildeles ansvaret for anden dimension og tilbydes kontrakten  $w_B(x_2) = \alpha_2 + \beta_2 x_2$ .<sup>43</sup> Vi skal endvidere antage, at de to agenter er *ex ante* identiske, i den forstand at de har samme risikotolerance,  $r$ , og samme omkostningsfunktioner som givet ovenfor. Vi har nu

$$TCE_A = e_1 - c(e_1, 0) - \frac{r}{2}\beta_1^2\sigma_1^2 = e_1 - \frac{1}{2}e_1^2 - \frac{r}{2}\beta_1^2\sigma_1^2$$

og

$$TCE_B = e_2 - c(0, e_2) - \frac{r}{2}\beta_2^2\sigma_2^2 = e_2 - \frac{1}{2}e_2^2 - \frac{r}{2}\beta_2^2\sigma_2^2$$

Den samlede værdi af projektet med to agenter er

$$TCE^S = TCE_A + TCE_B = e_1 + e_2 - \frac{1}{2}e_1^2 - \frac{1}{2}e_2^2 - \frac{r}{2}\beta_1^2\sigma_1^2 - \frac{r}{2}\beta_2^2\sigma_2^2 \quad (5.20)$$

der maksimeres under betingelserne

$$\beta_1 = e_1 \text{ og } \beta_2 = e_2$$

Bemærk yderligere, at  $e_1 + e_2 = \beta_1 + \beta_2$ . De optimale incitamentsintensiteter for de to agenter kan findes som

$$\beta_1^S = \frac{1}{1 + r\sigma_1^2} \quad (5.21)$$

og

$$\beta_2^S = \frac{1}{1 + r\sigma_2^2} \quad (5.22)$$

Summen af incitamentspresset på tværs af agenterne kan således skrives som

$$\beta_1^S + \beta_2^S = \frac{2 + r(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}{(1 + r\sigma_1^2)(1 + r\sigma_2^2)} \quad (5.23)$$

*Sammenligning*

Givet disse udledninger for tilfældene med hhv. én og to agenter, kan vi relativt let sammenligne de samlede værdier der kan skabes i det to-dimensionelle projekt med hhv. én og to agenter. Først ser vi umiddelbart ved at sammenligne (5.19) og (5.23) at

$$\beta_1^J + \beta_2^J = \frac{2 + dr(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}{(1 + r\sigma_1^2)(1 + r\sigma_2^2) - (d-1)^2 r^2 \sigma_1^2 \sigma_2^2} \begin{matrix} \geq \\ < \end{matrix} \frac{2 + r(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}{(1 + r\sigma_1^2)(1 + r\sigma_2^2)} = \beta_1^S + \beta_2^S$$

---

<sup>43</sup> $\alpha_1$  og  $\alpha_2$  spiller ingen rolle i det følgende.

når

$$d \begin{matrix} \geq \\ \equiv \\ < \end{matrix} 1$$

Det optimale samlede incitamentspres (og dermed den samlede indsats) er således størst med én kontrollerende agent (generalist), når aktiviteterne er komplementære,  $d > 1$ , mens det er størst med to agenter (specialister), når aktiviteterne er substitutter,  $d < 1$ . Pointen er naturligvis den, at komplementaritet,  $d > 1$ , tillader den ene agent (og dermed principalen) at udnytte fordelene ved *joint production*. Leddet  $(d - 1)e_1e_2$  i  $TCE^J$  er i dette tilfælde positivt, men det er negativt hvis  $d < 1$ . Vi konkluderer at

$$TCE^J \begin{matrix} \geq \\ \equiv \\ < \end{matrix} TCE^S \Leftrightarrow d \begin{matrix} \geq \\ \equiv \\ < \end{matrix} 1$$

og vi opsummerer som følger:

- Ved komplementaritet,  $d > 1$ , er det optimalt for principalen at lade de to aktiviteter udføre under *fælles* kontrol af én agent.
- Ved uafhængighed,  $d = 1$ , er principalen indifferent mellem at lade de to aktiviteter udføre under *fælles* kontrol af én agent eller under to agenter *separate* kontrol.
- Ved substitutabilitet,  $d < 1$ , er det optimalt for principalen at lade de to aktiviteter udføre under to agenter *separate* kontrol.

For at opsummere dette afsnit kan vi således konkludere at fælleskontrol af alle et projekts dimensioner tenderer at være optimalt for principalen, når indsats i de forskellige dimensioner er komplementære set fra agentens side. Mere generelt kan vi sige, at denne type af model illustrerer, at den *optimale bundtning* af opgaver skal basere sig på komplementariteter mellem opgaverne. Omvendt er det i udgangspunktet suboptimalt for principalen at bundte dimensioner, hvor agenten har betydeligt mulighed for (og omkostningsbaseret interesse i) at substituere mellem dimensionerne på en for principalen kontra-produktiv måde.

Hvis indsats i de forskellige dimensioner har en meget høj grad af substitutabilitet<sup>44</sup>, gælder *incitamentsparitetsprincippet*, hvilket generelt trækker i retning af separation af opgaverne under flere agenter kontrol. Hvis dimensioner alligevel bundtes, bør det ske på en sådan måde, at dimensioner med lignende signal-varians bundtes sammen. Med mange dimensioner og to agenter, trækker dette f.eks. i retning af, at den ene agent, f.eks. *A*, tildeles alle dimensioner med *lav* varians og gives en relativt *stejl* og uniform

---

<sup>44</sup>Svarer i det to-dimensionelle tilfælde til værdier af  $d$  tæt på 0.

kontrakt på disse dimensioner, mens den anden agent,  $B$ , tildeles alle dimensioner med høj varians og gives en relativt *flad* og uniform kontrakt for disse dimensioner.<sup>45</sup>

Substitutabilitet trækker således generelt i retning separation af opgaver, hvorved mere specialiserede agenter lettere kan udstyres med incitament til at yde en høj indsats. Dette skal dog i praktiske sammenhænge afvejes mod de muligheder som bench-marking og medarbejderkonkurrencer giver for at udstyre agenterne med incitament på en omkostningseffektiv måde. Vi kan f.eks. betragte tilfældet med to dimensioner og to agenter. Antag at den stokastiske variation er ukorreleret på tværs af dimensioner men positivt korreleret mellem agenter inden for den samme dimension. Substitutabilitet peger således i retning af, at den ene agent gives det fulde ansvar for den første dimension, mens den anden agent gives ansvar for den anden dimension. Mod dette peger imidlertid, at specialisering gør det meningsløst at lave bench-marking eller konkurrencer mellem de to agenter, da de laver (stokastisk set) helt urelateret arbejde. Muligheden for effektiv informationsopsamling og -benyttelse peger således i retning af at lade begge agenter arbejde i begge dimensioner.

## 6. Dynamik, troværdighed og investeringer

Hidtil har vi i det store hele set bort fra, at principal og agent ofte parter i en relation, der strækker sig over tid. Er dette tilfældet, skal agentens kontrakt ikke blot give de rigtige indsatsincitament på et givet tidspunkt, men den skal også give en fornuftig incitamentsprofil over tid. Her vil der ofte være en konflikt mellem statisk allokativ efficiens og dynamisk efficiens i partnerskabet. Dynamisk (langsigts-) efficiens er ultimativt tæt knyttet til parternes incitament til at foretage personlige, produktivitetsfremmende investeringer, som ikke fuldstændigt kan specificeres i eksplicite kontrakter. Afsnittet tager først afsæt i en simpel dynamisk udgave af foranstående modelspecialisering med henblik på at præsentere såkaldte *ratchet effects* og de heraf følgende problemer med at skabe en optimal dynamisk incitamentsprofil, når principlen ikke troværdigt kan binde sig til at undlade opportunistisk at udnytte information, der opsamles undervejs i partnerskabet eller projektførløbet.<sup>46</sup> Dernæst breder vi diskussionen lidt ud

<sup>45</sup>For flere detaljer, se Holmström & Milgrom (1991). Lad  $L$  betegne mængden af dimensioner med lav varians og  $H$  mængden af dimensioner med høj varians, hvor  $L \cap H = \emptyset$ . Agenterne  $A$  og  $B$  gives kontakterne

$$w_A(x) = \alpha_1 + \beta_1 \sum_{k \in L} x_k$$

og

$$w_B(x) = \alpha_2 + \beta_2 \sum_{k \in H} x_k$$

hvor  $\beta_1 > \beta_2$ .

<sup>46</sup>*Ratchet*-fænomenet vil blive nærmere forklaret nedenfor. Centrale (tidlige) referencer til litteraturen inkluderer Weitzman (1980) og Freixas, Guesnerie & Tirole (1985). Milgrom & Roberts (1992, kap. 7)

til at omfatte den optimale organisering af projektet, når agenten og/eller principalen skal foretage relationspecifikke investeringer under hensyntagen til, at kontrakter i en praktisk virkelighed nødvendigvis er ufuldstændige på afgørende punkter.<sup>47</sup>

### 6.1. *Ratchet effects* og konflikt mellem statisk og dynamisk efficiens

*Ratchet effects* refererer til, at en agent over tid tildeles en mere og mere krævende incitamentskontrakt af principalen. Antag initialt at både agent og principal i et projektforsløb er usikre på hvor produktiv agenten grundlæggende er. Antag endvidere, at de starter med et fælles estimat på agentens produktivitet, og at aflønningen baseres på dette samt et observeret signal. Et højt observeret signal vil således hæve agentens aflønning på det korte sigt og derfor give agenten incitament til at yde en indsats tidligt i projektforsløbet. På den anden siden kunne agenten vel tænkes at frygte, at principalen vil bruge et højt signal tidligt i projektforsløbet til at konkludere, at agenten grundlæggende har en høj produktivitet og derfor stille krav om en højere standard næste gang aflønningskontrakten kan justeres.<sup>48</sup> Dette afdæmper således agentens incitament til at yde en høj indsats tidligt i projektforsløbet.

Modellen ovenfor kan umiddelbart bruges til at illustrere dette problem. Antag at et projekt løber over to perioder,  $t = 1, 2$ , hvor afkastet (eller det observerede signal) i periode  $t$  er givet som

$$x_t = e_t + \tilde{\varepsilon}_t = e_t + k + \varepsilon_t$$

hvor  $k > 0$  er en konstant, der fanger agentens grundlæggende produktivitet, der er ukendt for begge ved projektstarten.  $\tilde{\varepsilon}_1$  er normalfordelt med middelværdi  $k$  og varians  $\sigma_1^2$ ,  $\tilde{\varepsilon}_2$  er normalfordelt med middelværdi  $k$  og varians  $\sigma_2^2$ , mens kovariansen mellem  $\tilde{\varepsilon}_2$  og  $\tilde{\varepsilon}_1$  benævnes  $\sigma_{21} > 0$ . For ikke unødigt at komplicere antager vi endvidere  $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$ , hvoraf følger  $\sigma_{21} = \rho\sigma^2$ . Vi antager således en stationær varians og positiv seriekorrelation - høje værdier af  $\varepsilon_1$  følges (sandsynligt) af høje værdier af  $\varepsilon_2$ . Lad endvidere  $P(e_1, e_2) = e_1 + e_2$  og  $C(e_1, e_2) = c(e_1) + c(e_2)$ .

---

diskuterer kort fænomenet med reference til foranstående specialisering.

<sup>47</sup>Centrale (tidlige) bidrag til litteraturen om virksomhedsorganisation og ufuldstændige kontrakter inkluderer Grossman & Hart (1986) og Hart & Moore (1988, 1990). Meget af denne litteratur er (i læsevenlig form) konsolideret af Hart (1995). Det fulde udbytte af en tilgang baseret på ufuldstændige kontrakter, aktivejerskab og residualrettigheder kræver dog en erkendelse af afsættet i virksomhedsteori baseret på såkaldte transaktionsomkostninger. Her kan især refereres til det klassiske bidrag fra Coase (1937, 1960, 1988) samt f.eks. Klein, Crawford & Alchian (1978), Williamson (1979, 1985) og Demsetz (1988). Hart (1995, kap. 1) giver en udmærket introduktion til sammenhængene mellem neo-klassisk produktionsteori, principal-agent-modeller, transaktionsomkostningsteori, ejendomsret og ufuldstændige kontrakter.

<sup>48</sup>Vi kender vel alle situationen: "Det var fint Lille Per - du kan jo godt". Næsten uden undtagelse fører dette til, at kravene til Lille Per vil blive hævet fra da af. Dette afspejler selvfølgelig blot det princip, at én gang opnåede resultater, har en tendens til at påvirke forventningen til fremtidige resultater. *Ratchet* er engelsk for "skralde", her i betydningen led, åbning eller hjul, der kun tillader bevægelse én vej.

Initialt har parterne et estimat på  $k$  som vi skal benævne  $k_1$ . Efter at have observeret signalet i periode 1,  $x_1 = e_1 + \tilde{\varepsilon}_1 = e_1 + k + \varepsilon_1$ , opdateres estimatet på  $k$  (muligvis) til  $k_2$ . Aflønningskontrakter for de to perioder er af typen

$$w_1(x_1) = \alpha_1 + \beta_1(x_1 - k_1)$$

og

$$w_2(x_2) = \alpha_2 + \beta_2(x_2 - k_2)$$

Meningen med disse er naturligvis at  $x_t - k_t$  udgør estimatet på  $e_t$ , hvor det i de ovenstående modeller blot var  $x_t$ , der var estimatet på  $e_t$ . Vi fastholder således at aflønningen er lineær i indsatsestimaterne. Vi kan således umiddelbart anvende alle ovenstående resultater under en passende omfortolkning.

For at illustrere antager vi først, at principlen lader to (identiske) agenter arbejde på projektet i hver sin periode. Vi kan skrive

$$TCE_1 = e_1 - c(e_1) - \frac{r}{2} \text{Var}(w_1) = e_1 - c(e_1) - \frac{r}{2} \beta_1^2 \sigma^2$$

der maksimeres under betingelsen  $\beta_1 = c'(e_1)$ , og vi har som tidligere

$$\beta_1 = \frac{1}{1 + rc''(e_1)\sigma^2}$$

Når en ny agent har taget over i periode 2, har vi

$$TCE_2 = e_2 - c(e_2) - \frac{r}{2} \text{Var}(w_2) = e_2 - c(e_2) - \frac{r}{2} \beta_2^2 \text{Var}(x_2 - k_2)$$

der maksimeres under bibetingelsen  $\beta_2 = c'(e_2)$ . Det er åbenbart, at  $TCE_2$  er aftagende i variansen på indsatsestimaterne, og vi kan således appellere til *informationsprincippet* - al information, der nedbringer variansen på indsatsestimaterne skal inddrages. Hvis vi skriver det nye estimat på  $k$  som

$$k_2 = k_1 + \gamma(x_1 - k_1)$$

da har vi

$$\begin{aligned} \text{Var}(x_2 - k_2) &= \text{Var}(x_2 - k_1 - \gamma(x_1 - k_1)) = \text{Var}(x_2 - \gamma x_1 - (1 - \gamma)k_1) \\ &= (1 + \gamma^2 - 2\rho\gamma)\sigma^2 \end{aligned}$$

Minimering af denne m.h.t.  $\gamma$  giver

$$\gamma = \rho$$



og vi har

$$\min \text{Var}(x_2 - k_2) = (1 - \rho^2)\sigma^2$$

$TCE_2$  kan således (effektivt) skrives som

$$TCE_2 = e_2 - c(e_2) - \frac{r}{2}\text{Var}(w_2) = e_2 - c(e_2) - \frac{r}{2}\beta_2^2(1 - \rho^2)\sigma^2$$

og vi bestemmer incitamentsintensiteten i periode 2 som

$$\beta_2 = \frac{1}{1 + rc''(e_2)(1 - \rho^2)\sigma^2} > \beta_1$$

hvoraf følger  $e_2 > e_1$ .<sup>49</sup> Med to agenter har vi således ganske rigtigt, at incitamentsintensiteten er stigende over tid, da effektiv udnyttelse af signalerne nedbringer variansen på indsatsestimaterne og derfor tillader en økonomisering med risikopræmien, som vi allerede tidligere har set. Med *rotation* af forskellige agenter er det tillige optimalt at lade incitamentspresset vokse over tid, når fortidige signaler indeholder værdifuld information om den underliggende afkastproces (produktivitet).

Problemet ved ovenstående historie er naturligvis, at principalen benyttede to agenter. Heraf følger at der pr. definition ikke kan være nogen intertemporal eksternalitet, der får den første agent til at reagere negativ på forventningen om stigende standarder og incitamentskrav i fremtiden. Vi skal derfor betragte en situation, hvor principalen ikke har mulighed for at rotere nye agenter ind i projektet over tid, men er tvunget til at anvende den samme agent i hele projektets løbetid. Da principalen naturligvis også i denne situation har et underliggende incitament til at bruge de signaler, der opsamles undervejs, er det vigtigt at sondre mellem to forskellige kontraktregimer: Et regime, hvor der før starten af første periode kan skrives en bindende kontrakt for begge perioder (*commitment*), og et regime, hvor relationen styres af kortsigtskontrakter og den opsamlede information udnyttes optimalt ved hver kontraktforhandling (*non-commitment*). Her kunne man intuitivt formode, at det for parterne samlet set må være en fordel at kunne genforhandle efter hver realisation af de stokastiske variabler i forhold til på initialtidspunktet at skulle skrive en bindende kontrakt, der dækker hele projektets løbetid. Dette er imidlertid forkert.

Vi illustrerer dette i to trin: Først viser vi, at det under *commitment* er optimalt og muligt for parterne at skrive en kontrakt, der maksimerer det samlede  $TCE$  over de to perioder. Denne to-periode-kontrakt medfører et konstant intertemporalt incitamentspres hvorigennem  $e_1 = e_2$ , hvilket kræver  $\beta_1 > \beta_2$ . Dernæst viser, vi at under

---

<sup>49</sup>I den ovenstående udledning bemærker vi, at  $k_1$  reelt ikke spiller nogen rolle. M.a.o., hvorvidt det initiale estimat på  $k$  er *biased* eller *unbiased* er (under *CARA*-nyttfunktioner) uden betydning, idet evt. fejlskøn blot påvirker basisbetalingerne  $\alpha_1$  og  $\alpha_2$ .

*non-commitment* vil principalen altid have et (*ex post*) incitament til at hæve incitamentspresset over tid,  $\beta_2 > \beta_1$ , hvilket umuliggør  $e_1 = e_2$  og derfor nødvendigvis må føre til et lavere realiseret *TCE*.

#### *Commitment*

Vi antager, at principalen kan tilbyde agenten en bindende to-periode-kontrakt af typen

$$\begin{aligned} W(x_1, x_2) &= w_1(x_1) + w_2(x_2; x_1) \\ &= \alpha_1 + \beta_1(x_1 - k_1) + \alpha_2 + \beta_2(x_2 - k_1 - \gamma(x_1 - k_1)) \end{aligned}$$

Vi har m.a.o. antaget, at referencestandarden i anden periode og dermed opdateringsreglen,  $k_2 = k_1 + \gamma(x_1 - k_1)$ , troværdigt kan specificeres i kontrakten allerede ved projektets start.  $\gamma > 0$ , da  $\varepsilon_1$  og  $\varepsilon_2$  er positivt korrelerede. Derimod behøver vi ikke i det følgende at kræve, at  $\gamma$  er optimalt fastsat, men blot skal være sat sådan, at variansen på indsats-estimatet i anden periode er mindre end i første periode. Vi kan således omformulere aflønningskontrakten som

$$\begin{aligned} W(x_1, x_2) &= \alpha_1 + (\beta_1 - \gamma\beta_2)(x_1 - k_1) + \alpha_2 + \beta_2(x_2 - k_1) \\ &= \alpha_1 + (\beta_1 - \gamma\beta_2)(e_1 + k + \varepsilon_1 - k_1) + \alpha_2 + \beta_2(e_2 + k + \varepsilon_2 - k_1) \end{aligned}$$

hvor koefficienten til det første variable led,  $\beta_1 - \gamma\beta_2$ , eksplicit fanger den *ratchet effect*, vi refererede til ovenfor. Når agenten forøger sin indsats i første periode med en enhed, så hæver det aflønningen i første periode med  $\beta_1$ , men samtidig hæver det referencestandarden i næste periode med  $\gamma\beta_2$ , hvorved aflønningen i næste periode sænkes tilsvarende. En given *nominel* incitamentsintensitet i første periode på  $\beta_1$  konverteres således til en *effektiv* incitamentsintensitet på  $\beta_1 - \gamma\beta_2$ .

Med denne aflønningskontrakt fastlægger agenten sin indsats i de to perioder i henhold til

$$\beta_1 - \gamma\beta_2 = c'(e_1)$$

og

$$\beta_2 = c'(e_2)$$

Vi kan nu skrive *TCE* for de to perioder som

$$\begin{aligned} TCE_{12} &= e_1 + e_2 - c(e_1) - c(e_2) - \frac{r}{2} \text{Var}(W) \\ &= e_1 + e_2 - c(e_1) - c(e_2) - \frac{r}{2} ((\beta_1 - \gamma\beta_2)^2 + \beta_2^2 + 2(\beta_1 - \gamma\beta_2)\beta_2\rho)\sigma^2 \\ &= e_1 + e_2 - c(e_1) - c(e_2) - \frac{r}{2} ((\widehat{\beta}_1)^2 + \beta_2^2 + 2\widehat{\beta}_1\beta_2\rho)\sigma^2 \end{aligned}$$

hvor  $\widehat{\beta}_1 = \beta_1 - \gamma\beta_2$ . Maksimeres denne under de to foranstående bibetingelser, har vi følgende førsteordensbetingelser

$$1 - c'(e_1) - r(c'(e_1) + \rho c'(e_2))c''(e_1)\sigma^2 = 0$$

og

$$1 - c'(e_2) - r(c'(e_2) + \rho c'(e_1))c''(e_2)\sigma^2 = 0$$

Givet symmetrien i  $e_t$ 'erne er den entydige løsning (hvis en sådan eksisterer) karakteriseret ved  $e_1 = e_2 = e$  og dermed  $\widehat{\beta}_1 = \beta_2$  (hvoraf følger  $\beta_1 = (1 + \gamma)\beta_2 > \beta_2$ ). *Value maximization* kræver således konstant indsats over tid, hvilket for sin del kræver, at den effektive incitamentsintensitet er konstant over tid. Vi løser førsteordensbetingelsen for  $\beta_2$  og får

$$\beta_2 = \frac{1}{1 + rc''(e)(1 + \rho)\sigma^2} < \frac{1 + \gamma}{1 + rc''(e)(1 + \rho)\sigma^2} = \beta_1$$

For at holde den *effektive* incitamentsintensitet *konstant* over tid kræves, at den *nominelle* incitamentsintensitet er *aftagende* over tid. Dette ses at være i skarp kontrast til tilfældet med to agenter ovenfor, hvor den optimale, nominelle og effektive incitamentsintensitet var voksende over tid.

#### *Non-commitment*

Nu vender vi os til en situation, hvor principalen er ude af stand til at binde sig til en to-periode-kontrakt men i stedet er begrænset til at tilbyde agenten en sekvens af en-periode-kontrakter af typen

$$w_1(x_1) = \bar{\alpha}_1 + \bar{\beta}_1(x_1 - k_1)$$

og

$$w_2(x_2, x_1) = \bar{\alpha}_2 + \bar{\beta}_2(x_2 - k_2(x_1))$$

hvor  $k_2(x_1)$  betyder, at referencestandarden i anden periode er en funktion af det signal, der observeres i første periode. I praksis betyder dette to ting i forhold til ovenstående tilfælde: For det første kan principalen ikke ved begyndelsen af projektet binde sig til givne værdier af  $\bar{\alpha}_2$  og  $\bar{\beta}_2$  for anden periode, og for det andet kan principalen ikke ved starten af projektet binde sig til en given udnyttelse af første-periode-signalet i anden periode. Samlet set har dette den væsentlige implikation, at agenten ved valg af sin indsats i første periode vil indse, at principalen på opportunistisk vis senere vil anvende det observerede signal ved fastlæggelsen af anden-periode-kontrakten.

Snarere end at gennemføre en fuldstændig analyse af hvilken optimal sekvens af indsatsniveauer, der kan implementeres af en-periode-kontrakterne, skal vi blot vise at optimum under *commitment* ikke kan implementeres. Da dette optimum maksimerede *TCE* over de to perioder, har vi dermed vist at fravær af *commitment* fører til et efficienstab.

Hvis optimum under *commitment* skal implementeres må det nødvendigvis gælde at  $e_1 = e$ , hvor  $e$  er løsningen til

$$\frac{1}{1 + rc''(\hat{e})(1 + \rho)\sigma^2} = c'(\hat{e})$$

og det må derfor endvidere gælde, at den nominelle incitamentsintensitet i første periode er

$$\bar{\beta}_1 = \frac{1 + \gamma}{1 + rc''(e)(1 + \rho)\sigma^2}$$

som i foregående tilfælde. Antag nu at dette holder. Vi vil da vise, at det ikke er optimalt for principalen ved begyndelsen af anden periode at vælge en kontrakt, der implementerer anden del af *commitment-løsningen*, d.v.s.  $\bar{\beta}_2 = \frac{1}{1 + rc''(e)(1 + \rho)\sigma^2} < \bar{\beta}_1$  og  $k_2(x_1) = k_1 + \gamma(x_1 - k_1)$  hvorved agenten ville vælge  $e_2 = e$  som følge af  $\bar{\beta}_2 = c'(e)$ . Agenten har derfor grund til at være skeptisk overfor principalens forskellige deklamationer vedr. hans fremtidige hensigter.

Uden *commitment* reoptimerer principalen før anden periode. Han tilbyder derfor agenten kontrakten

$$\begin{aligned} w_2(x_2, x_1) &= \bar{\alpha}_2 + \bar{\beta}_2(x_2 - k_1 - \mu(x_1 - k_1)) \\ &= \bar{\alpha}_2 + \bar{\beta}_2(e_2 + k + \varepsilon_2 - k_1 - \mu(e_1 + k + \varepsilon_1 - k_1)) \end{aligned}$$

hvor vi skal have bestemt  $\bar{\beta}_2$  og  $\mu$ . Givet denne kontrakt vælger agenten sin indsats i anden periode i henhold til  $\bar{\beta}_2 = c'(e_2)$ . Variansen på aflønningen i anden periode kan skrives som

$$Var(w_2) = \bar{\beta}_2(1 + \mu^2 - 2\rho\mu)\sigma^2$$

Denne minimeres som tidligere ved at sætte  $\mu = \rho$ . Givet  $\mu = \rho$ , kan vi skrive  $TCE_2$  som

$$TCE_2 = e_2 - c(e_2) - \frac{r}{2}\bar{\beta}_2(1 - \rho^2)\sigma^2$$

Vi maksimerer under bibetingelsen  $\bar{\beta}_2 = c'(e_2)$  og får

$$\bar{\beta}_2 = \frac{1}{1 + rc''(e_2)(1 - \rho^2)\sigma^2}$$

Det følger umiddelbart at

$$\frac{1}{1 + rc''(e_2)(1 - \rho^2)\sigma^2} > \frac{1}{1 + rc''(e)(1 + \rho)\sigma^2} \text{ og } e_2 > e$$

Kan kan således konkludere, at det *ikke* er optimalt for principalen at implementere den resterende del af *commitment-løsningen*. I stedet hæver principalen det nominelle

og effektive incitamentspres i anden periode. Agenten vil naturligvis indse dette og derfor sænke sit indsatsniveau i første periode i forhold til *commitment*-løsningen. Der findes således ingen sekvens af en-periode-kontrakter, der kan implementere *commitment*-løsningen.

### *Diskussion*

Uden at gennemføre en fuldstændig analyse under *non-commitment* har vi således vist, at der med et fravær af *commitment* sker et entydigt fald i partnerskabets effektivitet. Parterne har således (*ex ante*) en fælles interesse i, at genforhandling af kontrakten på et senere tidspunkt udelukkes.<sup>50</sup> Afhængigt af situationen er det dog ikke indlysende, hvordan parterne således kan binde hinanden. Især i situationer, hvor en specifik realisation af de stokastiske variabler giver parterne under ét en (*ex post*) interesse i at justere kontrakten, er det uklart hvilken mekanisme, der kan sikre at parterne ikke vil gennemføre genforhandling. Selv om parterne har indgået en kontrakt, der til sidst stipulerer, at den ikke kan genforhandles, vil en sådan generelt kunne sættes ud af kraft ved fælles overenskomst. Parterne kan evt. prøve at skrive en kontrakt med trediepart, der gør det uattraktivt at ophæve den oprindelige kontrakt mellem parterne, men selv dette har formentlig begrænset rækkevidde.

Vi illustrerede problemstillingen inden for rammerne af vores simple principal-agent-model, men det kan relativt let indses, at denne type af problemstilling har langt videre implikationer for den effektive organisering af projekter, der løber over tid.

For det første antog vi ovenfor, at agentens underliggende produktivitet ved starten af projektet var ukendt for begge parter. Et tilsvarende problem ville dog opstå, hvis vi i stedet antog, at agenten havde privat information om egen produktivitet. Afsløring af denne information vil generelt være nyttig med henblik på at maksimere *TCE* i projektet. Men her støder principalen igen ind i det problem, at agenten vil være uvillig til at afsløre sin information, hvis han forventer at dette vil føre til et højt incitamentspres i den resterende del af projektets løbetid.<sup>51</sup> Her vil det således igen være afgørende om principal og agent på starttidspunktet er i stand til at indgå en bindende kontrakt om den gensidigt optimale udnyttelse af informationen, eller om principalen på et senere tidspunkt vil have interesse i og mulighed for at justere kontrakten.

Et lignende problem opstår, når parterne hver især kan foretage personlige, produktivitetsfremmende investeringer tidligt i projektføreløbet med henblik på at hæve *TCE*. I en sådan situation er parternes forventning om den fremtidige forrentning af disse investeringer afgørende for deres incitament til at foretage investeringerne. Hvis en

---

<sup>50</sup>Dette udsagn gælder naturligvis kun for den specifikke model vi betragter. Mere generelt beror dette på en afvejning mellem på den ene side skabelsen af effektive intertemporale incitament for parterne og på den anden side den fælles interesse i at kunne justere samarbejdet i respons til forhold som ingen *ex ante* kontrakt er i stand til at tage højde for. Den sidste del relaterer sig dog mere til kontraktens ufuldstændighed, som vi yderligere skal berøre nedenfor.

<sup>51</sup>Se især Freixas, Guesnerie & Tirole (1985) for en analyse af dette problem.

af parterne vurderer at en væsentlig del af gevinsten ved hans investering senere vil blive “eksproprieret” af den anden part, da er incitamentet til at foretage investeringen naturligvis svagt.<sup>52</sup> Muligheden for at skrive kontrakter om allokeringen af investeringsafkastet vil derfor være afgørende for hvor stort et investeringomfang, der kan implementeres tidligt i projektførløbet. Det næste afsnit behandler derfor kort netop dette problem.

## 6.2. Produktivitetsfremmende investeringer

Principalen og/eller agenten vil ofte skulle foretage personlige investeringer, hvis omfang og aflønning ikke fuldstændigt kan skrives ind i en kontrakt ved starten af projektførløbet. Kontrakten eller organisationsformen skal derfor ikke alene give de rette (*ex post*) indsatsincitamenter og dele projektafkastet, men skal tillige udstyre parterne med fornuftige (*ex ante*) investeringsincitamenter.<sup>53</sup>

Hvis fuldstændige, langsigtskontrakter kan skrives, rejser projektets dynamiske natur ikke væsentlige yderligere problemer, end dem vi allerede har berørt. Med en fuldstændig kontrakt menes, at alle eventualiteter er dækket, således at aflønningen allerede *ex ante* kan specificeres for enhver tænkelig realisation. Grundene til at kontrakter i en praktisk virkelighed er ufuldstændige er naturligvis mange, men her skal vi blot referere til kompleksitet, kontraktomkostninger og verifikation. Projektet kan være så kompleks, at det i praksis er umuligt at beskrive alle eventualiteter. Alternativt kan omkostningerne ved at skrive alle eventualiteter ind i en kontrakt være så store, at forsøg herpå ikke giver mening, selvom alle eventualiteter i princippet kan beskrives. Endelig kan forskellige eventualiteter være umulige at verificere for trediepart, selvom de i princippet kan beskrives af parterne på en måde som ikke er prohibitivt omkostningsfyldt.<sup>54</sup>

Kontrakter er således ufuldstændige og kan derfor kun delvist beskytte en partners personlige investering mod ekspropriation. Ejerskab og de dermed forbundne residualrettigheder beskytter i et vist omfang mod ekspropriation og spiller derfor en væsentlig rolle for den optimale organisering af partnerskabet. Især investering i *relationsspecifikke*<sup>55</sup> aktiver påvirkes af ejerskab og residualrettigheder.

---

<sup>52</sup>Ekspropriation skal her forstås i betydningen, at en anden part, end den der har foretaget investeringen, delvist nyder frugterne.

<sup>53</sup>Det følgende baserer sig i det væsentlige på Hart (1995, kap. 1-2) og Milgrom & Roberts (1992, kap. 9).

<sup>54</sup>Verifikation er naturligvis centralt, hvis en kontrakt i tilfælde af en tvist skal kunne håndhæves meningsfyldt af trediepart (en opmand eller domstol).

<sup>55</sup>Dette begreb præciseres nedenfor.

### 6.2.1. Aktivspecifitet og *hold-up*

Investering i *generelle* aktiver risikerer ikke i nævneværdigt omfang at blive eksproprieret af andre, idet partnerskabet er frivilligt og derfor kan afbrydes, hvorefter investeringen kan forrentes i markedet. Alternativt kan man simpelthen definere generelle aktiver som aktiver, der kan markedsgøres og styres af kontrakter. Generelle aktiver er således aktiver, der bevarer deres værdi hvis partnerskabet eller relationen ophører: De siges derfor *ikke* at være relationsspecifikke.<sup>56</sup> Modsat disse findes relationsspecifikke aktiver, der mister en væsentlig del af deres værdi, hvis partnerskabet (relationen) afbrydes.<sup>57</sup> I relation til den herværende modelreferenceramme er det oplagt, at parternes incitamenter til at investere i aktiver, der risikerer at blive udnyttet af den anden, er svage. I litteraturen refererer man til det såkaldte *hold-up*-problem, der består i at en parts omkostning ved at investere i et relationsspecifikt aktiv er *sunk* og derfor risikerer at blive udnyttet af den anden part ved en senere genforhandling. Er risikoen for et sådan *ex post hold-up* betydeligt svækker det alvorligt parternes *ex ante* incitament til at investere med et efficienstab til følge.

### 6.2.2. Parternes investeringer

Generelt skal alle parter i et partnerskab foretage investeringer undervejs, og det er derfor ikke altid nødvendigt (endsige meningsfyldt) at referere til én part som principal og de andre som agenter. Vi skal dog fastholde sondringen i det nedenstående, hvor vi således taler om et partnerskab eller en relation mellem to parter som vi betegner som hhv. principal og agent.

Den part vi refererer til som agenten stiller som udgangspunkt ikke fysisk kapital til rådighed for partnerskabet, og foretager som følge heraf heller ikke primært en investering i fysisk kapital. Derimod er det ofte nødvendigt, at agenten foretager en investering i *human capital*, generelt forstået som vidensopbygning, der forøger projektets afkast. Incitamentet til at foretage opbygningen af et sådan vidensaktiv afhænger af forventningen om et fremtidig afkast. Hvis aktivet er generelt og derfor kan markedsgøres, er der ikke særlige problemer forbundet hermed. Er aktivet (viden) derimod relationsspecifikt, da er agentens investeringsincitament hæmmet betydeligt af frygten for *hold-up* i senere kontraktgenforhandlinger. I relation til vore tidligere modeller kunne vi referere til agentens investering som en *ex ante* investering i at hæve  $k$  i afkastudtrykket

$$x_t = e_t + \tilde{\varepsilon}_t = e_t + k + \varepsilon_t$$

---

<sup>56</sup>Eksempler kunne være; en svendebrev, en skruetrækker og en rendegraver.

<sup>57</sup>Relationsspecificitet er således et gradspørgsmål. Et aktiv, der mister hele sin værdi, hvis relationen brydes, siges at være fuldt relationsspecifikt. Et aktiv, der mister en del af sin værdi, siges at være delvist relationsspecifikt. I grænsen, når tabet går mod nul, siges aktivet at være generelt.

Størrelsen og omkostningen ved investeringen kan ikke eksplicit kontraheres, og det følger heraf at *hold-up*-problemet er akut, medmindre parterne kan skrive en lang kontrakt. Med kortsigtskontrakter vil agenten således frygte, at den fremtidige afkaststandard vil vokse. Hvis omvendt parterne kan skrive en kontrakt, der stipulerer, at afkaststandarder ligger fast gennem hele projektperioden (*rigid standard/norm*), da vil agenten stadig have et vist incitament til at foretage investeringer, da han beholder en del af det marginale afkast, der svarer til hældningen på incitamentskontrakten. Hvis hældningen på incitamentskontrakten er 1, da beholder agenten under alle omstændigheder hele det marginale afkast på investeringen, og hans investeringsincitament er derfor maksimale. Dette afspejler naturligvis blot, at agenten reelt er ejer af projektet, og ejeren har det fulde residualkrav. Ejerskabsløsningen giver således optimale investeringsincitament, men mod dette skal naturligvis som ovenfor afvejes, at ejerskabsløsningen tvinger agenten til at løbe betydelig risiko. Delvist medejerskab og rigide standarder kan således repræsentere en fornuftig balance mellem indsatsincitament, investeringsincitament og risikodeling.<sup>58</sup>

Et særligt problem i relation til *human kapital* er, at den kun i begrænset omfang kan overdrages. Det giver således ingen mening at tale om en fuld overdragelse (via salg) af agentens viden (*wetware*) til principalen.<sup>59</sup> Agentens deltagelse og investering er derfor kritisk. Dette giver anledning til særlige incitamentsproblemer, hvis afkastet af agentens investering er voksende i principalens investering. Hvis begges investering er relationsspecifik, taler man om at aktiverne er *co-specialiserede*.<sup>60</sup> Da det naturligvis er umuligt simultant at give begge parter det fulde residualkrav på investeringsafkastet, vil den idéelle løsning, for såvidt angår investeringsincitamenterne, være at samle begge aktiver under den enes kontrol (ejerskab). For såvidt som begges investering vedrører *human kapital* er dette umuligt, og vi konkluderer at projekter der kræver investering i *co-specialiseret human kapital* rejser særlige styringsproblemer.

Principalen vil normalt (eller ofte) skulle foretage investering i både fysiske aktiver og *human kapital*. I forlængelse af ovenstående kunne vi referere til principalens investering som en *ex ante* investering i at hæve  $k$  i afkastudtrykket

$$x_t = e_t + \tilde{\varepsilon}_t = e_t + k + \varepsilon_t$$

Modsat tilfældet hvor agenten foretager investeringen, har vi nu, at en rigid standard giver et relativt dårligt incitament for principalen til at investere ved projektstarten.

---

<sup>58</sup>Dette kan formentlig medvirke til at forklare den udbredte brug den juridiske partnerskabsform mellem eksempelvis advokater. Partnerne er alle principaler, man *pooler* risiko på tværs af sagstyper, og principalerne foretager primært investeringer i *human kapital* (som er delvist relationsspecifik).

<sup>59</sup>Modsat kan fysiske aktiver normalt overdrages fuldt.

<sup>60</sup>Se Milgrom & Roberts (1992, kap. 9).



Med en stejl (indsats-)incitamentskontrakt på plads og under en ridig standard, tilfalder det meste af det marginale investeringsafkast agenten, og principalen vil derfor have et beskedent investeringsincitament. Med en flad aflønningskontrakt, vil omvendt det meste af investeringsafkastet tilfalde principalen, som derfor har et betydeligt investeringsincitament. På basis af dette kan vi tentativt konkludere, at kombinationen af en stejl akkord aflønningsmodel og rigide standarder vil have uheldige implikationer i forhold til principalens investering i produktivitetsfremmende aktiver, mens den har bedre egenskaber i forhold til agentens investeringsincitament. Omvendt vil kombinationen af en stejl akkord aflønningsmodel og fleksible standarder have positive implikationer for principalens investeringsincitament, mens den har tvivlsomme egenskaber i forhold til agentens incitament generelt set.<sup>61</sup> En fast løn giver principalen et fornuftigt investeringsincitament, som dog dæmpes hvis investeringens produktivitet er stærkt komplementær med agentens indsats.<sup>62</sup>

Det fremgår tydeligt af ovenstående, at især når flere parter tidligt (eller løbende) i projektførelsen skal foretage investeringer i relationsspecifikke aktiver, der ikke fuldstændigt kan kontraheres eller overdrages, er det ganske vanskeligt simultant at udstyre alle parterne med incitament til at gennemføre disse investeringer. Derfor er det før projektstarten afgørende at få kortlagt de kritiske eller mest væsentlige investeringer for såvidt angår det samlede projektafkast. Disse vil nemlig være det centrale omdrejningspunkt for en (begrænset) optimal organisationsform. Sikring mod *hold-up* i forhold til de kritiske aktiver vil afgøre det samlede projektafkast, hvorfor reallokering af residualrettigheder gennem forskellige former for medejerskab kan være afgørende. For ensidig fokus på statiske indsatsincitament kan hæmme det samlede investeringsomfang.

Disse problemer bør endvidere sammentænkes med nogle af de forskellige generaliseringer af det basale principal-agent-problem, vi analyserede tidligere. Vi kan eksempelvis betragte fler-dimensionelle projekter, hvor en agent dels skal levere løbende output men tillige skal levere vedligehold eller hjælp og vejledning til andre agenter. Her vil vi alt lige antage, at output kan måles med en høj grad af præcision (lav varians), mens afkastet af vedligehold eller vejledning er mere diffust (høj varians). For såvidt som agenten kan substituere mellem de forskellige opgaver, er der grænser for hvor høj incitamentspresset kan være, hvis indsats i alle dimensioner er kritisk. Dette trækker i retning af at udstyre agenten med en relativt flad aflønningskontrakt. En flad aflønningskontrakt hæmmer imidlertid agentens incitament til at foretage den relationsspecifikke investering i den *human kapital*, der sætter ham i stand til på effektiv måde at foretage vedligehold af principalens kapitalapparat eller vejlede andre agenter. En

<sup>61</sup>D.v.s. både for såvidt angår agentens indsatsincitament og hans investeringsincitament.

<sup>62</sup>Ovenstående model har lidt vanskeligt ved at fange dette, men intuitionen er ligetil. Hvis indsats og investering i aktivet indgår som komplementære inputs i en traditionel produktionsfunktion, er det vel åbenbart, at høj indsats i sig selv styrker investeringsincitamentet. Hvis høj indsats kun kan understøttes af en stejl incitamentskontrakt, dæmper dette omvendt principalens investeringsincitament.

mulig løsning på denne kombination af problemer kunne således være at knytte agenten tættere til projektet gennem et medejerskab, idet medejere har et residualkrav på hele projektafkastet. Medejerskab repræsenterer således en afbalanceret måde at skabe både fler-dimensionelle indsatsincitament og investeringsincitament.

## 7. Konklusion

Denne note har forsøgt at tilvejebringe et overblik over nogle centrale resultater fra den økonomiske faglitteratur vedrørende incitament, kontrakter og organisationsform. Udgangspunktet var at indsatsincitament tilvejebringes ved at gøre aflønning betinget på observerede projektafkast, sådan som det f.eks. kendes fra traditionelle akkord aflønningsformer. Noten viste imidlertid også, at billedet kompliceres væsentlig, når projektet generaliseres ud over den simple basismodel med én agent og statiske, én-dimensionelle projekter med én-dimensionelle, observerede afkast. En række af de væsentligste momenter kan opsummeres som følger:

- Fler-dimensionelle observerede afkast muliggør en nedbringelse af usikkerheden på indsatsestimaterne med deraf følgende efficiensgevinster. Dette peger i retning af *bench-marking mod ekstern information* som en del af et optimalt incitamentssystem.
- Flere agenter muliggør en effektivisering af incitamentssystemerne gennem *bench-marking* og *konkurrence mellem agenter*.
- Fler-dimensionelle projekter *komplicerer* incitamentsskabelsen, når agenter har mulighed for at *substituere* indsats mellem forskellige dimensioner, mens det *letter* incitamentsskabelsen, når agentens indsats i forskellige dimensioner er *komplementær*.
- Når indsats er substituérbar og afkast i visse dimensioner slet ikke kan måles, peger det i retning af *konstant aflønning*, hvis indsats i alle dimensioner er kritisk. Dette ledte endvidere til en diskussion af *task assignment* og *job design*.
- Dynamiske projekter besværliggør incitamentsskabelse med mindre bindende kontrakter kan skrives for hele projektforløbet. Frygten for *eskalerende afkaststandarder* underminerer indsatsincitamenterne. Dette peger på *jobrotation* som en del af et velfungerende incitamentssystem, med mindre omkostningsforhold taler imod dette. Alternativt kan *rigide standarder* være en del af et optimalt incitamentssystem.
- Indsats- og investeringsincitamenterne undermineres af frygten for *hold-up*. Dette peger på *ejerskab* og *residualkrav* som en central del af et optimalt incitamentssystem, når *kontrakter er utilstrækkelige*.

- Kontrol over residualrettighederne til de kritiske relationsspecifikke aktiver er afgørende for investeringsincitamenterne. Stærkt komplementære og relationsspecifikke (*co-specialiserede*) aktiver bør idéelt set være under *fælles kontrol*, hvilket rejser særlige styringsproblemer, når parternes *human kapital* er komplementær.
- Stejle incitamentskontrakter og rigide standarder svækker alt andet lige principalens incitament til at foretage investering i relationsspecifikke aktiver, mens det styrker agentens incitament. Fast løn styrker alt andet lige principalens incitament til at investere i relationsspecifikke aktiver. Fast løn hæmmer imidlertid agentens indsatsincitament, og graden af komplementaritet mellem agentens indsats og principalens investeringsafkast er derfor afgørende for principalens investeringsincitament.

## 8. Referencer

- Coase, R., 1937, The Nature of the Firm, *Economica* 4: 386-405.
- Coase, R., 1960, The Problem of Social Cost, *Journal of Law and Economics* 3: 1-44.
- Coase, R., 1988, *The Firm, the Market and the Law*, University of Chicago Press, Chicago: Ill.
- Demsetz, H., 1988, *Ownership, Control and the Firm*, Blackwell, Oxford: UK.
- Freixas, X., R. Guesnerie & J. Tirole, 1985, Planning under Incomplete Information and the Ratchet Effect, *Review of Economic Studies* 52: 173-192.
- Grossman, S., & O. Hart, 1983, An Analysis of the Principal-Agent Problem, *Econometrica* 51: 7-45.
- Grossman, S., & O. Hart, 1986, The Costs and Benefits of Ownership: A Theory of Vertical and Lateral Integration, *Journal of Political Economy* 94: 691-719.
- Hart, O., 1995, *Firms, Contracts and Financial Structure*, Oxford University Press, Oxford: UK.
- Holmström, B., 1979, Moral Hazard and Observability, *Bell Journal of Economics* 10: 74-91.
- Hart, O., & J. Moore, 1988, Incomplete Contracts and Renegotiation, *Econometrica* 56: 755-786.
- Hart, O., & J. Moore, 1990, Property Rights and the Nature of the Firm, *Journal of Political Economy* 98: 1119-1158.
- Holmström, B., & P. Milgrom, 1987, Aggregation and Linearity in the Provision of Intertemporal Incentives, *Econometrica* 55: 303-328
- Holmström, B., & P. Milgrom, 1991, Multitask Principal-Agency Analyses: Incentive Contracts, Asset Ownership, and Job Design, *Journal of Law, Economics and Organization* 7: 24-52.
- Klein, B., R. Crawford & A. Alchian, 1978, Vertical Integration, Appropriable Rights, and the Competitive Contracting Process, *Journal of Law and Economics* 21: 297-326.
- Mas-Colell, A., M. Whinston & J. Green, 1995, *Microeconomic Theory*, Oxford University Press, Oxford: UK.
- Milgrom, P., & J. Roberts, 1992, *Economics, Organization and Management*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs: NJ.

- Overgaard, P.B., 2003a, The Principal-Agent Problem (Moral Hazard and Incentive Contracting) - Batch I, Lecture Notes, School of Economics and Management, University of Aarhus. [[www.econ.au.dk/vip\\_htm/pbohome/pbohome.html](http://www.econ.au.dk/vip_htm/pbohome/pbohome.html)]
- Overgaard, P.B., 2003b, The Principal-Agent Problem (Moral Hazard and Incentive Contracting) - Batch II, Lecture Notes, School of Economics and Management, University of Aarhus. [[www.econ.au.dk/vip\\_htm/pbohome/pbohome.html](http://www.econ.au.dk/vip_htm/pbohome/pbohome.html)]
- Rogerson, W., 1985, The First-Order Approach to Principal-Agent Problems, *Econometrica* 53: 1357-1368.
- Shavell, S., 1979, Risk Sharing and Incentives in the Principal and Agent Relationship, *Bell Journal of Economics* 1: 55-73.
- Tirole, J., 1988, *The Theory of Industrial Organization*, MIT Press, Cambridge: MA.
- Weitzman, M., 1980, The Ratchet Principle and Performance Incentives, *Bell Journal of Economics* 11: 302-308.
- Williamson, O., 1979, Transaction-Cost Economics: The Governance of Contractual Relations, *Journal of Law and Economics* 22: 233-261.
- Williamson, O., 1985, *The Economic Institutions of Capitalism*, Free Press, New York: NY.

## 9. Appendix

### 9.1. Appendix A (*The first-order approach*)

Dette appendix indeholder elementer af den formelle analyse for kontinuum-tilfældet. Specifikt beskrives den såkaldte førsteordenstilgang (first-order approach - *FOA*) til optimale incitamentskontrakter. Det nedenstående er i det væsentlige baseret på Grossman & Hart (1983), Rogerson (1985), Tirole (1988, pp. 51-55), Mas-Colell, Whinston & Green (1995, kap. 14) og Overgaard (2003a).

*Antagelser:*  $e \in [\underline{e}, \bar{e}]$ ,  $x \in [\underline{x}, \bar{x}]$ ,  $f(x; e) > 0$ ,  $\forall x, e$  og  $F$  og  $f$  er differentiable (af vilkårlig krævet orden).

Givet en incitamentskontrakt  $w(\cdot)$  er  $A$ s problem som følger

$$\max_e \left[ \int_{\underline{x}}^{\bar{x}} u(w(x))f(x; e)dx - c(e) \right] \quad (\text{A1})$$

mens  $A$ s deltagelsesbegrænsning kan skrives som

$$\int_{\underline{x}}^{\bar{x}} u(w(x))f(x; e)dx - c(e) \geq \underline{U} \quad (\text{A2})$$

$P$ s problem bliver derfor at løse

$$\max_{e, w(x)} \int_{\underline{x}}^{\bar{x}} (x - w(x))f(x; e)dx$$

u.b.b.

$$\int_{\underline{x}}^{\bar{x}} u(w(x))f(x; e)dx - c(e) \geq \underline{U}$$

og

$$e \in \arg \max_{\hat{e}} \left[ \int_{\underline{x}}^{\bar{x}} u(w(x))f(x; \hat{e})dx - c(\hat{e}) \right]$$

Dette er generelt ikke noget “pænt” problem,<sup>63</sup> og man prøver normalt at opskrive  $P$ s problem på en anden form, v.h.a. den såkaldte *FOA*. *FOA* substituerer førsteordens-

---

<sup>63</sup> $P$  forsøger at maksimere under en bibetingelse, der i sig selv involverer løsningen til et maksimeringsproblem.

betingelsen fra *As* problem ind i *Ps* problem. D.v.s., man erstatter

$$\max_e \left[ \int_{\underline{x}}^{\bar{x}} u(w(x)) f(x; e) dx - c(e) \right]$$

med

$$\int_{\underline{x}}^{\bar{x}} u(w(x)) f_e(x; e) dx - c'(e) = 0$$

hvor  $f_e(x; e)$  er den afledte af tætheden m.h.t. indsats. *FOA* ignorerer således andenordensbetingelserne til *As* problem. Førsteordensbetingelserne definerer blot mængden af stationære punkter (associeret *As* problem). Denne mængde adskiller sig naturligvis generelt fra mængden af (globale) maxima. *FOAs* validitet fordrer således at *As* problem er passende regulært. I praksis kan dette sikres ved antagelser på  $c(\cdot)$  og  $F(\cdot; \cdot)$ , der leverer en entydig indre løsning til *As* problem for vilkårlige kontrakter  $w(\cdot)$  eller en klasse af kontrakter.<sup>64</sup> Uden at gå i detaljer kan det bemærkes, at der er en snæver sammenhæng mellem betingelser, der sikrer<sup>65</sup> validiteten af *FOA*, og betingelser, der sikrer incitamentskontraktens monotonicitet i et observerede signal (sådan som den kort blev diskuteret i afsnittet om den generelle, endelige model). F.eks. kan det vises (Rogerson, 1985) at *MLRP* og *CDFC*<sup>66</sup> er tilstrækkelige til at sikre validiteten af *FOA*, men de sikrer jo tillige at  $w(\cdot)$  er monotont voksende.

Vi skriver således *Ps* problem som

$$\max_{e, w(x)} \int_{\underline{x}}^{\bar{x}} (x - w(x)) f(x; e) dx$$

u.b.b.

$$\int_{\underline{x}}^{\bar{x}} u(w(x)) f(x; e) dx - c(e) \geq \underline{U}$$

---

<sup>64</sup>Se referencerne ovenfor. I praksis er problemet, at selvom (den deterministiske nytte)  $u(w) - c(e)$  er strengt konkav i  $e$ , gælder dette ikke nødvendigvis for

$$\int_{\underline{x}}^{\bar{x}} u(w(x)) f(x; e) dx - c(e)$$

når  $e$  påvirker fordelingen af  $u(w(x))$ . Derfor kræves yderligere struktur for at sikre, at førsteordensbetingelserne fra agentens problem faktisk karakteriserer et globalt maksimum.

<sup>65</sup>D.v.s., er tilstrækkelige.

<sup>66</sup>Se note 18 og 19.

og

$$\int_{\underline{x}}^{\bar{x}} u(w(x))f_e(x; e)dx - c'(e) = 0 \quad (\text{A3})$$

Dette er et langt enklere problem, da en enkelt stationaritetsbetingelse (A3) har erstattet et kontinuum af relative incitamentsbegrænsninger (A1). Vi definerer nu funktionen  $L$  som følger

$$L = \int_{\underline{x}}^{\bar{x}} [(x - w(x))f(x; e) + \lambda(u(w(x)) - c(e) - \underline{U})f(x; e) + \mu(u(w(x))f_e(x; e) - c'(e)f(x; e))]dx$$

*Trin 1:* Fasthold  $e$  og maximer m.h.t.  $w(x)$ . Find afledte af integranten m.h.t.  $w$  for alle  $x$ .

*Trin 2:* Givet Trin 1, maximer m.h.t.  $e$ . Find afledte af  $L$  m.h.t.  $e$ .

Focus på Trin 1. For at finde bedste kontrakt med henblik på at implementere et givet indsatsniveau,  $e$ , maximerer vi integranten

$$(x - w(x))f(x; e) + \lambda(u(w(x)) - c(e) - \underline{U})f(x; e) + \mu(u(w(x))f_e(x; e) - c'(e)f(x; e))$$

m.h.t.  $w$ . Andenordensbetingelserne er opfyldte, givet at andenordensbetingelserne til  $As$  problem er opfyldte (d.v.s. FOAs validitet). Vi differentierer m.h.t.  $w$  og sætter lig nul. Vi får

$$-f(x; e) + \lambda u'(w(x))f(x; e) + \mu u'(w(x))f_e(x; e) = 0$$

hvilket kan skrives som

$$\frac{1}{u'(w(x))} = \lambda + \mu \frac{f_e(x; e)}{f(x; e)} \quad (\text{A4})$$



## 9.2. Appendix B (En vinterhistorie i tre dele)

I relation til byggeri i Danmark opstår der lejlighedsvis problemer i forbindelse med vintervejret. De negative effekter på et givet byggeri af lave temperaturer, sne, o.s.v. kan i et vist omfang modvirkes ved, at parterne tager forskellige omkostningsfyldte skridt. Vi skal i det følgende omtale disse skridt som en investering, der foretages af entreprenøren. Bygherre og entreprenør kan naturligvis indgå kontrakter om, hvordan investeringsomkostningerne skal dækkes. Det følgende giver en simpel formalisering af dette med afsæt i modellen fra afsnit 4.2.

### 9.2.1. Del I: Overinvestering

I relation til problemer med vintervejr kan man formalisere på følgende vis. Lad  $I$  være agentens udgifter til modvirkning af de negative virkninger af vintervejr. Antag endvidere, at agenten får en *cost-reimbursement* af typen

$$T(I) = F + \lambda I, \lambda \in [0, 1]$$

Principal og agent kan således aftale en *up-front* betaling for vinterberedskab,  $F$ , og derefter en (marginal) *reimbursement*, hvorved agenten får en andel,  $\lambda$ , af de faktisk afholdte omkostninger. Bemærk dog, at der kan være verifikationsproblemer her, da en kontrakt på de faktiske omkostninger er betinget på, at tredie-part i givet fald kan resolve en tvist på et objektivt grundlag. Det følgende er dog blot ment som en modelillustration.

Antag endvidere, at vi kan formalisere de negative virkninger af vintervejr for agenten gennem påvirkning af dennes objektfunktion som følger

$$\begin{aligned} U &= \bar{w} - c(e) - \frac{r}{2}\beta^2\sigma^2 - K(I)f(t) - I + T(I) \\ &= u(\bar{w}, \sigma_w^2) - K(I)f(t) + F - (1 - \lambda)I \end{aligned}$$

I dette udtryk skal  $f(t)$  forstås som en funktion af temperaturen,  $t$ , med følgende egenskaber

$$f(t) = 0 \text{ for } t \geq t^*$$

(ingen negative effekter, når temperaturen er tilstrækkelig høj) og

$$\begin{aligned} f(t) &> 0 \text{ og } f'(t) < 0 \text{ for } t < t^* \\ f(t) &\rightarrow 0 \text{ for } t \rightarrow t^* \end{aligned}$$

(jo lavere temperatur, des større potentielt tab). Endvidere er  $K(I)$  en aftagende *konveks*<sup>67</sup> funktion. Idéen er, at investeringen,  $I$ , mindsker den negative *output*-virkning af lave temperaturer, men der er *decreasing returns to scale*.

---

<sup>67</sup>Vi antager  $K(I) > 0$ ,  $K'(I) < 0$  og  $K''(I) > 0$  samt  $K'(I) \rightarrow 0$  for  $I \rightarrow \infty$ .

Vi kan således skrive  $TCE$  på formen

$$TCE(e, I) = \widehat{TCE}(e) - K(I)f(t) - I$$

hvor det første led på højresiden blot er som tidligere.  $TCE$  maximeres således ved at minimere

$$K(I)f(t) + I$$

*First-best (no (marginal) reimbursement,  $\lambda = 0$ )*

For given realisation af temperaturen,  $t < t^*$ , minimerer vi

$$K(I)f(t) + I$$

Førsteordensbetingelsen er

$$\begin{aligned} -K'(I)f(t) &= 1 \\ -K'(I) &= \frac{1}{f(t)} \end{aligned}$$

Dette determinerer den optimale investering  $I^*(t)$ , som er aftagende i  $t$  for  $t < t^*$  og  $I^*(t) \rightarrow 0$  for  $t \rightarrow t^*$ . Jo lavere temperatur, des større investering er det optimalt at gennemføre. Dog kunne man overveje om der er en nedre grænse, under hvilken det er optimalt (under alle omstændigheder) midlertidigt at lukke projektet.

For at implementere dette kan vi sætte  $T(I) = F$ , idet agenten i så fald minimerer

$$K(I)f(t) + (1 - \lambda)I = K(I)f(t) + I$$

Derfor siger vi, at *no (marginal) reimbursement* implementerer *first best* (maximering af  $TCE$ ).

*Partial reimbursement*

Givet  $T(I) = F + \lambda I$  og  $t$ , minimerer agenten

$$K(I)f(t) + (1 - \lambda)I$$

Førsteordensbetingelsen er nu

$$\begin{aligned} -K'(I)f(t) &= 1 - \lambda \\ -K'(I) &= \frac{1 - \lambda}{f(t)} < \frac{1}{f(t)} = -K'(I^*(t)) \end{aligned}$$

Dette definerer As optimale investering  $\hat{I}(t)$ , som overalt er større end  $I^*(t)$ .<sup>68</sup> Vi konkluderer således, at agenten *overinvesterer* i at bekæmpe vejrliget, givet at der er (partiel) *cost-reimbursement*. Vi bemærker endvidere, at investeringen “eksploderer”, når  $\lambda \rightarrow 1$  (*full reimbursement*). Principalen er således tvunget til at begrænse agenten på anden vis. Men selv med et *cap* på *reimbursement*, vil agenten tendere at overinvestere i bekæmpelse af effekterne af vejrliget. Der kan således være god grund til nærmere at analysere (i en rigere og mere realistisk model) det hensigtsmæssige i denne form for *reimbursement* i byggeriet.

### 9.2.2. Del II: Mulig underinvestering

Ovenfor fik vi således et overinvesteringsresultat. Dette opstod med enhver grad af *partial reimbursement*, hvilket måske ikke er realistisk. Vi kan derfor “ryste” modellen lidt. Vi antager stadig, at at principlen er interesseret i minimering af

$$K(I)f(t) + I$$

d.v.s.

$$-K'(I^*(t)) = \frac{1}{f(t)}$$

Derimod antager vi nu, at agentens nytte er givet som

$$\begin{aligned} U &= u(\bar{w}, \sigma_w^2) - (1 - \alpha)K(I)f(t) - I + T(I) \\ &= u(\bar{w}, \sigma_w^2) - (1 - \alpha)K(I)f(t) + F - (1 - \lambda)I \end{aligned}$$

hvor  $\alpha > 0$ . D.v.s., der er en andel,  $\alpha$ , af vejrligstabet i relationen, som agenten kan vende til egen nytte udenfor relationen. Agenten minimerer således

$$(1 - \alpha)K(I)f(t) + (1 - \lambda)I$$

hvilket leder til (vi abstraherer fra andenordensbetingelserne)

$$-K'(I) = \frac{1 - \lambda}{1 - \alpha} \cdot \frac{1}{f(t)}$$

Med *full reimbursement*,  $\lambda = 1$ , har vi stadig som i Del I en “eksplosiv” løsning (*overinvestering*), da  $-K'(I) > 0$ . Med *no reimbursement*,  $\lambda = 0$ , har vi imidlertid

$$\begin{aligned} -K'(I) &= \frac{1}{1 - \alpha} \cdot \frac{1}{f(t)} > \frac{1}{f(t)} = -K'(I^*(t)) \\ K'(I^*(t)) &> K'(I) \\ I^*(t) &> I \end{aligned}$$

---

<sup>68</sup>Følger af konvekseteten af  $K(I)$ : Mindre  $-K'(I)$  kræver større  $K'(I)$ , men da  $K'(I)$  er voksende i  $I$ , kræver dette større  $I$ .

Det følger således, at uden *reimbursement*, vil agenten *underinvestere* i forhold til det niveau, principalen foretrækker.

For at implementere sit foretrukne investeringsniveau, må principalen sætte  $\lambda = \alpha$ , d.v.s.  $T(I) = F + \alpha I$ , hvorved

$$-K'(I) = \frac{1 - \lambda}{1 - \alpha} \cdot \frac{1}{f(t)} = \frac{1}{f(t)} \rightarrow I = I^*(t)$$

### 9.2.3. Del III: Konflikt vedr. mængde og kvalitet

Lad os endelig betragte et lidt rigere set-up (udvidelse af Del II), hvor agentens bekæmpelse af de negative effekter af vejrliget er *fler-dimensionelt*.

Antag, at det samlede fradrag for vejrliget set fra principalens synspunkt har følgende simple form

$$(K(I_1) + L(I_2))f(t) + I_1 + I_2$$

hvor  $L(\cdot)$  har samme kvalitative egenskaber som  $K(\cdot)$ . Lad  $K(I_1)f(t)$  betegne et tab i *mængdedimensionen*, mens  $L(I_2)f(t)$  betegner tab i *kvalitetsdimensionen*. Principalen ønsker således at implementere investeringsniveauer defineret ved

$$\begin{aligned} -K'(I_1)f(t) &= 1 \rightarrow -K'(I_1^*(t)) = \frac{1}{f(t)} \\ -L'(I_2)f(t) &= 1 \rightarrow -L'(I_2^*(t)) = \frac{1}{f(t)} \end{aligned}$$

hvoraf følger

$$\frac{K'(I_1^*(t))}{L'(I_2^*(t))} = 1$$

Principalen kan stipulere *reimbursement* af typen

$$T(I_1, I_2) = F + \lambda_1 I_1 + \lambda_2 I_2$$

Med en sådan generel kontrakt, minimerer agenten

$$\begin{aligned} &((1 + \alpha_1)K(I_1) + (1 - \alpha_2)L(I_2))f(t) + I_1 + I_2 - T(I_1, I_2) \\ &= ((1 + \alpha_1)K(I_1) + (1 - \alpha_2)L(I_2))f(t) - F + (1 - \lambda_1)I_1 + (1 - \lambda_2)I_2 \end{aligned}$$

Lad  $\alpha_1$  og  $\alpha_2$  være positive men ikke for store. I dette udtryk fanger  $1 + \alpha_1$ , at agenten lider et større tab end det samlede projekt i mængdedimensionen,  $1 + \alpha_1 > 1$ , mens  $1 - \alpha_2$  fanger, at han lider et mindre tab end et samlede projekt i kvalitetsdimensionen,  $1 - \alpha_2 < 1$ .

Agenten minimerer m.h.t.  $\alpha_1$  og  $\alpha_2$ , og vi får

$$\begin{aligned} -(1 + \alpha_1)K'(I_1)f(t) &= 1 - \lambda_1 \rightarrow -K'(I_1) = \frac{1 - \lambda_1}{(1 + \alpha_1)f(t)} \\ -(1 - \alpha_2)L'(I_2)f(t) &= 1 - \lambda_2 \rightarrow -L'(I_2) = \frac{1 - \lambda_2}{(1 - \alpha_2)f(t)} \end{aligned}$$

hvoraf følger

$$\frac{K'(I_1)}{L'(I_2)} = \frac{\frac{1 - \lambda_1}{1 + \alpha_1}}{\frac{1 - \lambda_2}{1 - \alpha_2}}$$

og vi har således generelt, at  $I_1 \neq I_1^*(t)$  og  $I_2 \neq I_2^*(t)$ . Hvis principalen betjener sig af en kontrakt med *no (marginal) reimbursement*,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ , da har vi

$$\begin{aligned} -K'(I_1) &= \frac{1}{(1 + \alpha_1)f(t)} < \frac{1}{f(t)} = -K'(I_1^*(t)) \\ -L'(I_2) &= \frac{1}{(1 - \alpha_2)f(t)} > \frac{1}{f(t)} = -L'(I_2^*(t)) \end{aligned}$$

Vi konkluderer således, at agenten *overinvesterer* i mængdedimensionen,  $I_1 > I_1^*(t)$ , og *underinvesterer* i kvalitetsdimensionen,  $I_2 < I_2^*(t)$ .

*Mere generelt:* Hvis der er lige stor *reimbursement* af omkostninger i begge dimensioner,  $\lambda_1 = \lambda_2$ , vil agenten trække sin (relative) vejrligsinvestering i retning af den dimension, hvor gevinsten er størst (eller rettere, det relative tab for ham er mindst). I en praktisk virkelighed kunne man vel tænke sig, at dette vil tendere at trække vejrligsinvesteringerne i retning af at sikre mængde (output) på bekostning af kvalitet. I sidste ende er det naturligvis et empirisk spørgsmål, og det beror endvidere på modellens realisme.

Hvis i stedet principalen betjener sig af en kontrakt med *full reimbursement*,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$ , da har vi stadig overinvestering i begge dimensioner.

For at implementere den foretrukne løsning, skal principalen sætte  $\lambda_1 = -\alpha_1$  og  $\lambda_2 = \alpha_2$ , hvorved  $I_1 = I_1^*(t)$  og  $I_2 = I_2^*(t)$ .

Ovenstående (tentative) formalisering kan danne udgangspunkt for den videre diskussion af vejrligsforanstaltninger i byggeriet.